CHAPITRE 7 : MÉCANIQUE CÉLESTE

THÈME 2 : LOIS ET MODÈLES

ACTIVITÉ 2

TP : LES LOIS DE KEPLER

A. 1ÈRE LOI : LOI DES TRAJECTOIRES

1. L'enregistrement a été réalisé dans le référentiel héliocentrique.
2. Pour 3 dates différentes, il faut vérifier que FM + F'M = 2a = 0,774
   Les mesures seront effectuées avec le logiciel Mesurim après avoir défini l'échelle.
   date t + 15j $\Rightarrow FM_4 + F'M_4 = 0{,}450 + 0{,}330 = 0{,}780$
   date t + 45j $\Rightarrow FM_{10} + F'M_{10} = 0{,}313 + 0{,}468 = 0{,}781$
   date t + 55j $\Rightarrow FM_{12} + F'M_{12} = 0{,}325 + 0{,}448 = 0{,}773$
   L'égalité est vérifiée à 1% près.
3. Rien !
4. Un mouvement uniforme est un mouvement à vitesse constante.
   La distance parcourue par Mercure $M_{10}M_{11}$ en 5j au voisinage du périhélie est plus importante que la distance M_1M_2 parcourue au voisinage de l'aphélie.
   La vitesse de Mercure est plus importante à proximité du périhélie $\Rightarrow$ le mouvement de Mercure n'est donc pas uniforme.

B. 2ÈME LOI DE KEPLER : LOI DES AIRES

1. aire 1 (FM_1M_3) : $0{,}05260\,UA^2$
   aire 2 (FM_9M_{11}) : $0{,}05258\,UA^2$
   aire 3 ($FM_{13}M_{15}$) : $0{,}05282\,UA^2$
   Les aires balayées par le rayon FM (Soleil-Mercure) pendant des durées égales sont égales.
   La variation relative est très faible et vaut : $\left|\dfrac{0{,}05282-0{,}05258}{0{,}05258}\right|\times 100 = 0{,}5\%$
2. Au voisinage du périhélie, le rayon vecteur est plus petit qu'à l'aphélie. Comme les aires balayées pendant des durées égales au voisinage de ces positions sont égales, la planète doit parcourir une distance plus importante au voisinage du périhélie par rapport à la distance parcourue à l'aphélie. La vitesse est donc plus grande au voisinage du périhélie.
3. Pour une trajectoire circulaire, le rayon (Soleil-Planète) est invariant : pour que les aires balayées pendant une durée donnée restent égales, il faut que la vitesse de la planète soit constante.

C. 3ÈME LOI DE KEPLER : LOI DES PÉRIODES

1. Jupiter est alors l'astre central : $\dfrac{T^2}{a^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM_J}$
2. Les trajectoires des satellites galiléens sont quasi-circulaires car leurs excentricités sont très faibles.
3. Pour certaines observations, un ou plusieurs satellites sont occultés par Jupiter.
4. Mesurer la durée entre les débuts de 2 occultations successives d'un satellite par Jupiter.

Nom du satellite	t_1 (heure min jour et mois)	t_2 (heure min jour et mois)	T (min)
Io	13h51 5 déc 2012	8h18 7 déc 2012	**2547**
Europe	3h20 5 déc 2012	16h23 8 déc 2012	**5103**
Ganymède	15h46 9 déc 2012	19h00 16 déc 2012	**10274**
Callisto	2h50 6 déc 2012	17h06 22 déc 2012	**23896**

5. **Io** :
   Prendre comme référence (t = 0) le 5 décembre à 0h00 :
   t_1 = 13h51 le 5 décembre 2012 = 13×60 + 51 = 831min
   t_2 = 8h18 le 7 décembre 2012 = 2j + 8h18 = 2×24×60 + 8×60 + 18 = 3378min
   $T = t_2 - t_1$ = 3378 – 831 = 2547min

<u>Europe</u> :
Prendre comme référence (t = 0) le 5 décembre à 0h00 :
t_1 = 3h20 le 5 décembre 2012 = 3×60 + 20 = 200min
t_2 = 16h23 le 8 décembre 2012 = 3j + 16h23 = 3×24×60 + 16×60 + 23 = 5303min
$T = t_2 - t_1$ = 5303 – 200 = <u>5103min</u>

6. La 3ème loi de Kepler peut s'écrire : $T^2 = \dfrac{4\pi^2}{GM_J}a^3$

Il y a donc proportionnalité entre T^2 et a^3 ce qui est bien vérifié par le tracé de la courbe qui est une droite passant par l'origine.
Coefficient de corrélation : $r = 1 \geq 0{,}99 \Rightarrow$ le modèle est valide
Coefficient directeur : $k = 308{,}105.10^{-18}s^2.m^{-3}$

7. $k = \dfrac{4\pi^2}{GM_J}$ d'où $M_J = \dfrac{4\pi^2}{k.G} = \dfrac{4\pi^2}{308{,}105.10^{-18}\times 6{,}67.10^{-11}} = \underline{1{,}92.10^{27}\,kg}$

écart relatif par rapport à la valeur de référence $1{,}898.10^{27}$kg : $\left|\dfrac{1{,}92-1{,}898}{1{,}898}\right| = 1{,}2\%$

8. Les quatre satellites gravitant autour de Jupiter en font le centre d'un mode Copernicien en miniature : tout ne tourne pas autour de la Terre qui n'est donc pas le centre unique de l'Univers et pourrait ne pas être central du tout !