CHAPITRE 7 : MÉCANIQUE CÉLESTE

THÈME 2 : LOIS ET MODÈLES

ACTIVITÉ 2

TP : LES LOIS DE KEPLER

A. 1ÈRE LOI : LOI DES TRAJECTOIRES

1. L'enregistrement a été réalisé dans le référentiel héliocentrique.
2. Pour 3 dates différentes, il faut vérifier que FM + F'M = 2a = 0,774 U.A.
   Les mesures seront effectuées avec le logiciel Mesurim après avoir défini l'échelle.
   date t + 15j $\Rightarrow$ $FM_4 + F'M_4 = 0{,}450 + 0{,}330 = 0{,}780$ U.A.
   date t + 45j $\Rightarrow$ $FM_{10} + F'M_{10} = 0{,}313 + 0{,}468 = 0{,}781$ U.A.
   date t + 55j $\Rightarrow$ $FM_{12} + F'M_{12} = 0{,}325 + 0{,}448 = 0{,}773$ U.A.
   L'égalité est vérifiée à 1% près.

B. 2ÈME LOI DE KEPLER : LOI DES AIRES

1. aire 1 (FM_1M_3) : 0,05260UA^2 aire 2 (FM_9M_{11}) : 0,05258UA^2 aire 3 ($FM_{13}M_{15}$) : 0,05282UA^2
   Les aires balayées par le rayon FM (Soleil-Mercure) pendant des durées égales sont égales.
   La variation relative est très faible et vaut : $\left|\dfrac{0{,}05282-0{,}05258}{0{,}05258}\right|\times 100 = 0{,}5\%$
2. Pour une trajectoire circulaire, le rayon (Soleil-Planète) est invariant : pour que les aires balayées pendant une durée donnée restent égales, il faut que la vitesse de la planète soit constante.

C. 3ÈME LOI DE KEPLER : LOI DES PÉRIODES

1. Jupiter est alors l'astre central : $\dfrac{T^2}{a^3} = \dfrac{4\pi^2}{GM_J}$
2. Pour certaines observations, un ou plusieurs satellites sont occultés par Jupiter.
3. Mesurer la durée entre les débuts de 2 occultations successives d'un satellite par Jupiter.

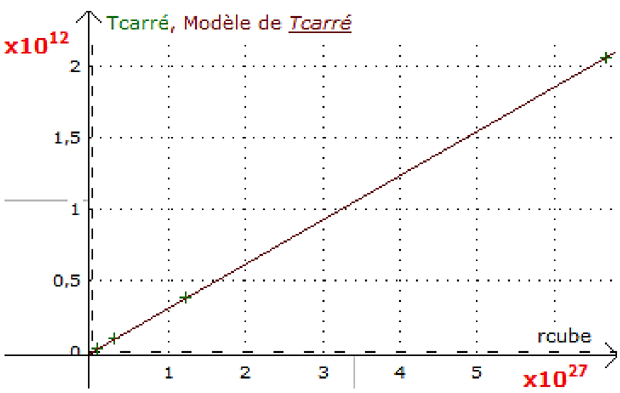
Nom du satellite	Début 1ère occulation t_1 (heure min jour et mois)	Début 2ème occultation t_2 (heure min jour et mois)	**T (min)**
Io	13h51 le 5 déc 2012	08h18 le 7 déc 2012	**2547**
Europe	03h20 le 5 déc 2012	16h23 le 8 déc 2012	**5103**
Ganymède	15h46 le 9 déc 2012	19h00 le 16 déc 2012	**10274**
Callisto	02h50 le 6 déc 2012	17h06 le 22 déc 2012	**23896**

4. Prendre comme instant t = 0, le 5 décembre à 0h00 :

   Io :
   t_1 = 13h51 le 5 décembre 2012 = 13×60 + 51 = 831min
   t_2 = 8h18 le 7 décembre 2012
   t_2 = 2j + 8h18 = 2×24×60 + 8×60 + 18 = 3378min
   $T = t_2 - t_1$ = 3378 – 831 = 2547min

   Europe :
   t_1 = 3h20 le 5 décembre 2012 = 3×60 + 20 = 200min
   t_2 = 16h23 le 8 décembre 2012
   t_2 = 3j + 16h23 = 3×24×60 + 16×60 + 23 = 5303min
   $T = t_2 - t_1$ = 5303 – 200 = 5103min

5. • La 3ème loi de Kepler peut s'écrire : $T^2 = \underbrace{\left(\dfrac{4\pi^2}{GM_J}\right)}_{k} a^3$
   Il y a donc proportionnalité entre T^2 et a^3 ce qui est bien vérifié par le tracé de la courbe qui est une droite passant par l'origine.
   • Coefficient de corrélation :
   r = 1 ≥ 0,99 $\Rightarrow$ le modèle est valide
   • Coefficient directeur : $k = 308{,}105.10^{-18} s^2.m^{-3}$



6. $k = \dfrac{4\pi^2}{GM_J}$ d'où :
   $$M_J = \frac{4\pi^2}{k.G} = \frac{4\pi^2}{308{,}105.10^{-18}\times 6{,}67.10^{-11}} = \underline{1{,}92.10^{27}\ \text{kg}}$$
   écart relatif par rapport à la valeur de référence $1{,}898.10^{27}$kg :
   $\left|\dfrac{1{,}92-1{,}898}{1{,}898}\right| = 1{,}2\%$