ACTIVITÉ 1

TP : PROMENONS-NOUS DANS LES CHAMPS

A. ÉTUDE THÉORIQUE DU MOUVEMENT D'UN BALLON

1. Système : balle modélisée par son centre d'inertie M
Référentiel : terrestre considéré galiléen
Bilan des forces : poids $\vec{P}$
Les autres forces sont négligées : frottements de l'air et poussée d'Archimède.
2ème loi de Newton : $\overrightarrow{OM}$ d'où $m.\vec{g} = m.\vec{a}$ soit $\boxed{\vec{a} = \vec{g}}$

$$\boxed{\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}} \quad \text{et donc} \quad \boxed{\vec{a}\begin{cases} a_x = dv_x / dt = 0 & (1) \\ a_y = dv_y / dt = -g & (2) \end{cases}}$$

Bon accord en modélisant par des constantes :
$a_x \approx 0$
$a_{y\ exp} = -10{,}3 m.s^{-2} \approx -g = -9{,}81 m.s^{-2}$ (écart relatif : 4,9%)

2. Par intégration : $\vec{v}\begin{cases} v_x = C_1 \\ v_y = -gt + C_2 \end{cases}$ or $\vec{v}(0) = \overrightarrow{v_0}\begin{cases} v_{0x} = v_0.\cos\alpha = C_1 \\ v_{0y} = v_0.\sin\alpha = C_2 \end{cases}$

d'où par identification : $\boxed{\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0.\cos\alpha & (3) \\ v_y = -gt + v_0.\sin\alpha & (4) \end{cases}}$ équations horaires de la vitesse

La modélisation de v_x par une constante donne : $Vx = 5{,}00 m.s^{-1}$
La modélisation de v_y par une fonction affine donne : $Vy = 6{,}32 - 9{,}74.t$
Le coefficient directeur théorique de la courbe $v_y(t)$ est égal à $-g$ $\Rightarrow$ bon accord (écart relatif : 0,71%)

3. $\boxed{\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}}$ et donc $\vec{v}\begin{cases} v_x = dx / dt = v_0.\cos\alpha \\ v_y = dy / dt = -gt + v_0.\sin\alpha \end{cases}$

Par intégration : $\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0.\cos(\alpha).t + C_3 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0.\sin(\alpha).t + C_4 \end{cases}$ or $\overrightarrow{OM}(0) = \overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x_0 = 0 = C_3 \\ y_0 = 0 = C_4 \end{cases}$

d'où par identification : $\boxed{\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0.\cos(\alpha).t & (5) \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0.\sin(\alpha).t & (6) \end{cases}}$ équations horaires de la position de la balle

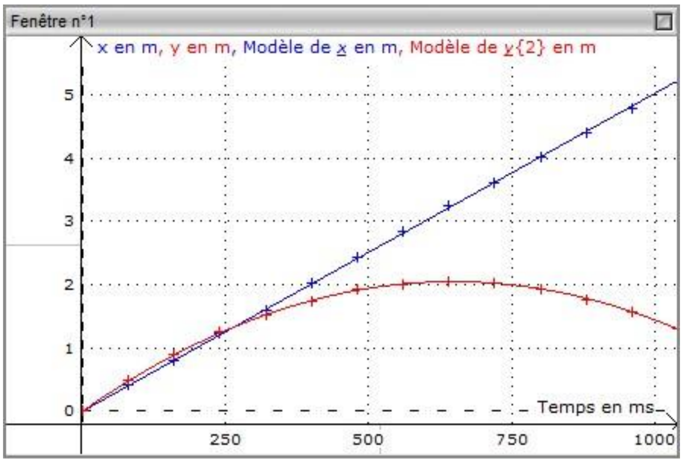
4. Éliminons le temps t : (5) donne : $t = \frac{x}{v_0.\cos\alpha}$ d'où dans (6) : $y = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0.\cos\alpha}\right)^2 + v_0.\sin\alpha.\frac{x}{v_0.\cos\alpha}$

soit : $\boxed{y = -\frac{g}{2{v_0}^2.\cos^2\alpha}x^2 + \tan(\alpha).x}$

B. ÉTUDE EXPÉRIMENTALE

	relations théoriques	transcription dans LatisPro	
		méthode 1	méthode 2
coordonnées du vecteur vitesse	$\vec{v} = \frac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\begin{cases} v_x = dx / dt \\ v_y = dy / dt \end{cases}$	=deriv(x) =deriv(y)	Traitements / Calculs spécifiques / Dérivée
coordonnées du vecteur accélération	$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}\begin{cases} a_x = dv_x / dt \\ a_y = dv_y / dt \end{cases}$	=deriv(Vx) =deriv(Vy)	Traitements / Calculs spécifiques / Dérivée

Coordonnées du vecteur position x(t) et y(t)



équations théoriques :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0.\cos(\alpha).t \\ y = -\dfrac{1}{2}gt^2 + v_0.\sin(\alpha).t \end{cases}$$

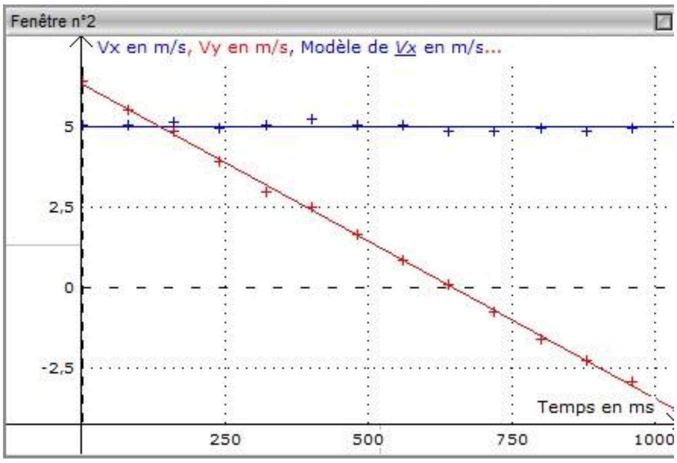
x(t) est une droite de coefficient directeur $v_0.\cos(\alpha)$

résultats de la modélisation :

x = 5,0.t

y= –4.8.t² + 6,3.t + 0,011

Coordonnées du vecteur vitesse $v_x(t)$ et $v_y(t)$



équations théoriques :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0.\cos\alpha \\ v_y = -gt + v_0.\sin\alpha \end{cases}$$

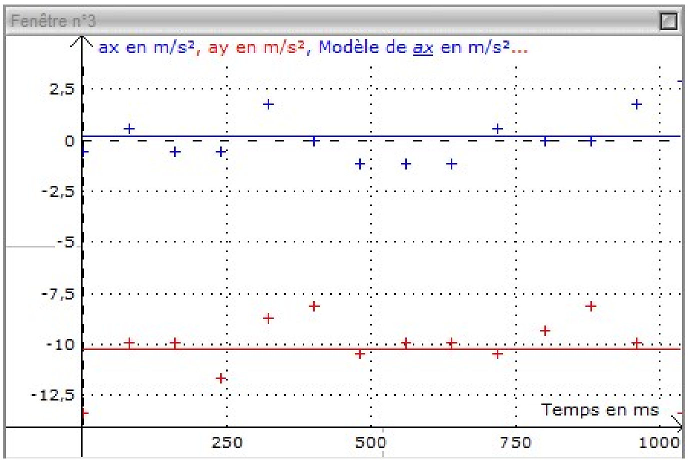
$v_y(t)$ est une droite de coefficient directeur $-g$

résultats de la modélisation :

v_x = 5,0

v_y = –9,7.t + 6,3

Coordonnées du vecteur accélération $a_x(t)$ et $a_y(t)$



équations théoriques :

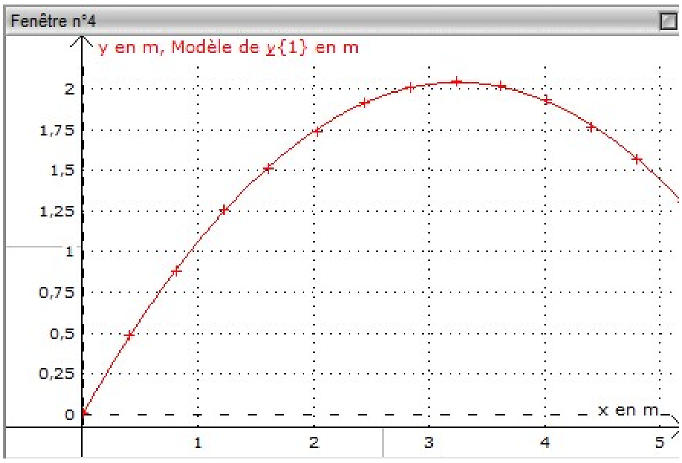
$$\vec{a}\begin{cases} a_x = dv_x / dt = 0 \\ a_y = dv_y / dt = -g \end{cases}$$

résultats de la modélisation :

a_x = 0,17

a_y = –10,2 ≈ –g bon accord : écart relatif de 4%

Trajectoire de la balle y=f(x)



équation théorique :

$$y = -\frac{g}{2{v_0}^2.\cos^2\alpha}x^2 + \tan(\alpha).x$$

résultat de la modélisation :

y = –0,19.x² + 1.26.x –4,5.10⁻⁴