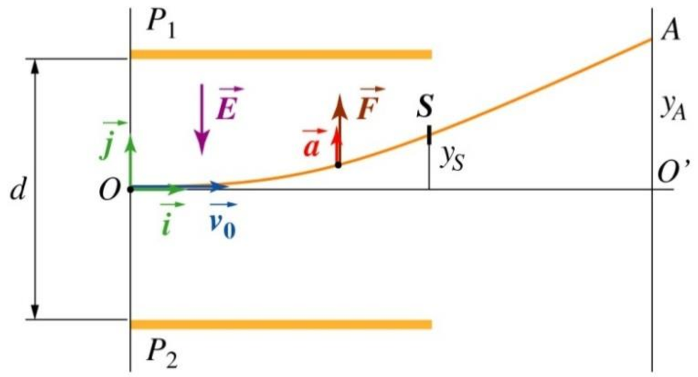
26. **1.** Le système que l'on étudie est l'électron entre les plaques P_1 et P_2.



Dans le champ électrique, l'électron est soumis à une force électrique $\vec{F} = -e\vec{E}$.
D'après la deuxième loi de Newton, l'accélération $\vec{a}$ de l'électron est telle que $m\vec{a} = \vec{F}$, soit :

$$\vec{a} = -\frac{e\vec{E}}{m}$$

Le champ $\vec{E}$ est orthogonal aux plaques, comme $\vec{a}$ a le même sens que $\vec{j}$, car la particule est déviée dans ce sens, le vecteur $\vec{E}$ est de sens opposé et va donc de P_1 vers P_2.

Les coordonnées de $\vec{a}$ sont alors $a_x = 0$ et $a_y = \dfrac{eE}{m}$.

2. a. Pour établir l'équation de la trajectoire, on établit dans un premier temps les coordonnées du vecteur vitesse de l'électron puis les coordonnées du vecteur position.
Par intégration :

$a_x = 0$ $\qquad$ $a_y = \dfrac{eE}{m}$

$v_x = C_1 = v_0$ $\qquad$ $v_y = \dfrac{eE}{m}t + C_2$ soit $v_y = \dfrac{eE}{m}t$ car à $t_0 =$ $v_y = 0$

Par intégration :

$$x = v_0.t + C_3 \;;\; \text{avec } C_3 = 0 \text{ car à } t_0 = 0, \text{ on a } x_0 = 0.$$

On obtient $x = v_0.t$ (1) :

$$y = \frac{eE}{2m}t^2 + C_4 \;;\; \text{avec } C_4 = 0, \text{ car à } t_0 = 0, \text{ on a } y_0 = 0.$$

On obtient : $y = \dfrac{eE}{2m}t^2$ (2)

À partir de l'équation (1), on obtient :

$$t = \frac{x}{v_0}$$

En reportant cette expression dans (2), on obtient l'équation de la trajectoire de l'électron :

$$y = \frac{eE}{2mv_0^2}x^2$$

b. Entre O et S, la trajectoire est une courbe d'équation de la forme $y = Ax^2$, c'est donc une portion de parabole d'axe $y'y$.

c. À la sortie S de l'espace entre les plaques, on a $x_S = l$; soit $y_S = \dfrac{eE}{2mv_0^2}l^2$.

3. a. Le champ $\vec{E}$ a une valeur qui dépend de la tension U entre les plaques et de la distance d entre P_1 et P_2 ; soit : $E = \dfrac{U}{d}$.

En reportant cette expression dans l'expression de y_S ; on obtient : $y_S = \dfrac{eU}{2mdv_0^2} l^2$ soit pour y_A :

$$y_A = \frac{elL}{mdv_0^2} U$$

La déviation verticale y_A est proportionnelle à la tension U appliquée entre les plaques.

b. Si U diminue, Y_A diminue proportionnellement.

Si U change de signe, le champ $\vec{E}$ change de sens et la déviation change de sens : y_A devient négatif.

----

30. a. Coordonnées du vecteur vitesse à $t_0 = 0$s :

$$v_{0x} = v_0.\cos\alpha \qquad v_{0z} = v_0.\sin\alpha$$

b. Le système étudié est la balle. Le référentiel choisi est le référentiel terrestre galiléen.

La balle est soumise à une seule force, son poids. En appliquant la deuxième loi de Newton pour un solide de masse m constante on obtient :

$$\vec{a} = \vec{g}$$

d'où dans le repère proposé :

$$a_x = 0 \qquad a_z = -g$$

c. Par intégration, on obtient les coordonnées du vecteur vitesse :

$v_x = C_1 = v_0\cos\alpha$ $\qquad v_z = -gt + C_2$ $\qquad$ soit ici $\qquad v_z = -gt + v_0\sin\alpha$

d. Par intégration, on établit les coordonnées du vecteur position :

$t_0 = 0$, on a $x = 0$ et $z = 0$

$x = (v_0.\cos\alpha).t + C_3$ $\qquad$ soit ici $\; x = (v_0.\cos\alpha).t$ $\qquad$ car à $t_0 = 0$, on a $x = 0$

$z = -\dfrac{1}{2} gt^2 + (v_0.\sin\alpha)t + C_4$ $\quad$ soit ici $\; z = -\dfrac{1}{2} gt^2 + (v_0.\sin\alpha)t$ $\quad$ car à $t_0 = 0$, on a $z = 0$

L'équation de la trajectoire du projectile est obtenue en éliminant t entre $x(t)$ et $y(t)$.

On obtient :

$$z = \frac{-gx^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} + (\tan\alpha)x$$

e. La vitesse en S ne peut être nulle, car quelle que soit la position de la balle, elle garde une même vitesse de déplacement horizontale $v_x = v_0 \cos\alpha$.

f. Au point S, le vecteur vitesse est tangent à la trajectoire :

$$v_{Sz} = 0 \quad \text{soit} \quad -gt_S + v_0 \sin\alpha = 0$$

On déduit :

$$t_S = \frac{v_0 \sin\alpha}{g}$$

d'où : $$y_S = -\frac{1}{2} g\left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right)^2 + (v_0 \sin\alpha)\left(\frac{v_0 \sin\alpha}{g}\right) = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

La flèche vaut donc :

$$y_S = \frac{v_0^2 \sin^2\alpha}{2g}$$

g. La portée du tir correspond à la valeur de la distance OI soit à x_I (abscisse du point d'impact I).

Au point I, on a $z_I = 0$, soit :

$$\frac{-g{x_I}^2}{2v_0^2\cos^2\alpha} + (\tan\alpha)x_I = 0 \text{ pour } x \neq 0$$

On déduit la portée du tir :

$$x_I = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$$

h. Calcul de la flèche et de la portée.

$$\text{flèche : } y_S = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} = 4{,}1 \text{ m}$$

$$\text{portée : } x_I = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} = 29 \text{ m}$$

i. *La simulation est à disposition sur les sites compagnon Sirius.*

Avec la simulation on retrouve ces valeurs :

- Deux tirs ayant la même vitesse de lancement ont la même portée lorsque les angles de tir sont complémentaires.
- La portée est maximale lorsque l'angle de tir est de 45°.

Remarque : ces résultats peuvent être établis à partir des expressions de y_S et de x_I.

Même portée pour un angle de tir de α et $(\frac{\pi}{2} - \alpha)$:

$$\sin 2(\frac{\pi}{2} - \alpha) = \sin (\pi - 2\alpha) = \sin 2\alpha$$

On a dans les deux cas une même portée : $x_I = \dfrac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g}$.

Portée maximale pour $\alpha = 45°$:

$$x_I \text{ est maximum pour } \sin 2\alpha = 1 \text{ soit pour } 2\alpha = \frac{\pi}{2} \text{ soit } \alpha = \frac{\pi}{4} \text{ rad} = 45°$$