28 Airbag et condensateur

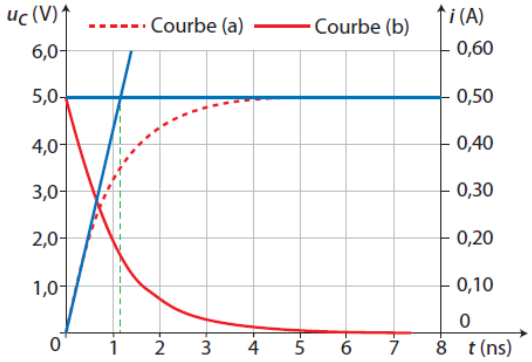
Partie I

1. La capacité du condensateur est de 100 pF, ce qui est de l'ordre de grandeur des capacités usuelles.

2. À l'instant $t = 0$ s, le condensateur est déchargé, donc la tension à ses bornes est nulle.

La courbe (a) représente donc la courbe $u_C = f(t)$. Au bout d'un temps suffisamment long, le condensateur est chargé (la tension à ses bornes est égale à celle du générateur) et l'intensité du courant dans le circuit est $i = 0$ A. La courbe (b) représente donc l'évolution temporelle du courant i.

3. a. Graphiquement, on peut utiliser la méthode de la tangente à l'origine.



On trouve graphiquement $\tau = 1{,}2$ ns.

b. Ce temps est extrêmement court comparé à la durée du choc de 200 ms. Le condensateur a largement le temps d'être chargé, donc l'airbag se déclenchera pendant le choc.

4. Établissons l'équation différentielle de la charge du condensateur :

– d'après la loi des mailles : $u_R + u_C = E$;

– d'après la loi d'Ohm : $u_R = R \times i$ avec $i = \frac{dq}{dt} = C \times \frac{du_C}{dt}$;

On en déduit l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur lors de sa charge : $R \times C \times \frac{du_C}{dt} + u_C = E$.

Ce qui s'écrit aussi : $\frac{du_C}{dt} = \frac{-1}{R \times C} u_C + \frac{E}{R \times C}$.

5. Les solutions d'une équation de la forme $y' = ay + b$ (avec $a \neq 0$) sont de la forme $y = K \times e^{ax} - \frac{b}{a}$ avec K une constante d'intégration réelle.

Par identification, on trouve $a = -\frac{1}{R \times C}$ et $b = \frac{E}{R \times C}$, donc $\frac{b}{a} = -E$. Les solutions sont de la forme $u_C = K \times e^{-\frac{t}{R \times C}} + E$.

Pour $t = 0$ s, on a $u_C = K + E = 0$ V d'après les conditions initiales. Ainsi $K = -E$ et :

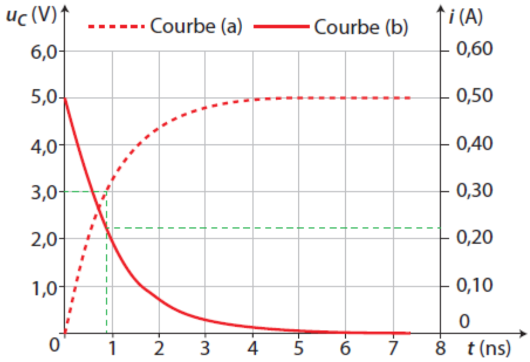
$$u_C = -E \times e^{-\frac{t}{R \times C}} + E = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \text{ avec } \tau = R \times C.$$

6. D'après la solution $\tau = R \times C \Rightarrow R = \frac{\tau}{C}$

soit $R = \frac{1{,}2 \times 10^{-9}\ \text{s}}{100 \times 10^{-12}\ \text{F}} = 12\ \Omega$.

L'ordre de grandeur de la résistance est de la dizaine d'ohms.

7. On a à tout instant : $u_R = R \times i$.



Prenons une valeur quelconque du graphique.

Pour $u_C = 3{,}0$ V, on a $i = 0{,}21$ A. D'après la loi des mailles, $u_R = E - u_C$ soit $u_R = 5{,}0 - 3{,}0 = 2{,}0$ V.

On en déduit : $R = \frac{u_R}{i} = \frac{2{,}0\ \text{V}}{0{,}21\ \text{A}} = 9{,}5\ \Omega$.

On retrouve bien le même ordre de grandeur.

Partie II

1. Le rapprochement des deux armatures entraîne une diminution de la distance d et une augmentation de la capacité C. La bonne expression est celle pour laquelle C et d sont inversement proportionnelles, soit l'expression b.

2. L'interrupteur a été fermé au moment de la mise sous tension de l'accéléromètre bien avant le choc. Comme le temps caractéristique du dipôle d'après la question **I 3. b.** est très inférieur à la durée du choc, on peut considérer que la charge du condensateur a été instantanée. On a donc $u_C = E$.

De plus $q = C \times u_C$ d'où $q = C \times E$.

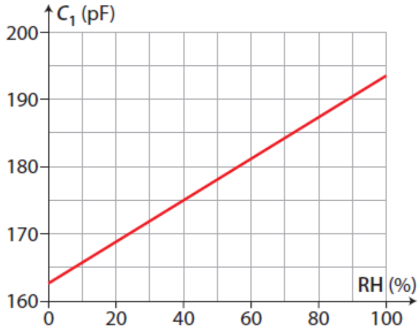
3. Le choc ne modifie pas la force électromotrice de la pile E. La tension aux bornes du condensateur reste donc la même : $u_C = E = 5{,}0$ V.

Or $q = C \times u_C$; comme la capacité C du condensateur augmente avec le choc, et que la tension u_C reste inchangée, la charge q du condensateur augmente lors du choc : le condensateur de capacité plus grande continue à se charger !

Cette variation Δq de la charge q au niveau de chaque armature du condensateur en une durée Δt entraîne le passage d'un courant d'intensité moyenne $i = \frac{\Delta q}{\Delta t}$, lequel peut être détecté. Ce courant est de même sens que lors de la charge du condensateur.

Préparation à l'ECE

1. Représentons le graphique de $C_1 = f(\text{RH})$.



2. La modélisation de la courbe donne une fonction affine d'équation $C_1 = 1{,}6 \times 10^2 + 3{,}1 \times 10^{-1} \times \text{RH}$ (avec deux chiffres significatifs). On retrouve bien l'expression demandée.

3. Dans cette association série, chaque condensateur porte la même charge et donc : $q = C_1 \times u_{C_1} = C_2 \times u_{C_2}$ d'où $C_1 = C_2 \times \frac{u_{C_2}}{u_{C_1}}$.

Recherchons u_{C_2} :

D'après la loi des mailles : $E = u_{C_1} + u_{C_2}$.

On a donc :

$u_{C_2} = E - u_{C_1}$ soit $u_{C_2} = 3{,}30\text{ V} - 1{,}83\text{ V} = 1{,}47\text{ V}$.

D'où la capacité du capteur d'humidité :

$$C_1 = 220\text{ pF} \times \frac{1{,}47\text{ V}}{1{,}83\text{ V}} = 177\text{ pF}.$$

La courbe $C_1 = f(RH)$ ou courbe d'étalonnage du capteur d'humidité nous permet d'obtenir, pour $C_1 = 177$ pF, un taux d'humidité RH = 55 % à l'aide de l'équation de la droite ou par lecture graphique.