Préparation à l'écrit

27 Une plongée technique

Partie I

1. Valeur de la poussée d'Archimède exercée par l'eau sur le plongeur équipé :

$F_p = \rho_{\text{eau salée}} \times V \times g$

$F_p = 1{,}03 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 0{,}088\ \text{m}^3 \times 9{,}8\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1}$

$F_p = 8{,}9 \times 10^2\ \text{N}$.

2. À la profondeur de 20 m, le plongeur est soumis :

– à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ de valeur $P = 9{,}0 \times 10^2\ \text{N}$;

– à la poussée d'Archimède $\vec{F}_p = -\rho_{\text{eau salée}} \times V \times \vec{g}$.

Ces deux forces ont même direction et des sens opposés avec $P > F_p$.

La résultante des forces $\Sigma\vec{F} = \vec{P} + \vec{F}_p$ est donc verticale orientée vers le bas.

Sous l'effet de ces deux forces, le plongeur ne peut pas rester en équilibre : il se déplace vers le fond.

3. Le plongeur étant initialement immobile, une généralisation de la question précédente conduit à :

– si $P > F_p$, le plongeur descend vers le fond ;

– si $P = F_p$, le plongeur reste en équilibre ;

– si $P < F_p$, le plongeur remonte vers la surface.

Or $P = m \times g = \rho_{\text{plongeur}} \times V \times g$ et $F_p = \rho_{\text{eau salée}} \times V \times g$.

On en déduit :

– si $\rho_{\text{plongeur}} > \rho_{\text{eau salée}}$, le plongeur descend vers le fond ;

– si $\rho_{\text{plongeur}} = \rho_{\text{eau salée}}$, le plongeur reste en équilibre ;

– si $\rho_{\text{plongeur}} < \rho_{\text{eau salée}}$, le plongeur remonte vers la surface.

4. Pour que le plongeur soit en équilibre, il faut :

$\rho_{\text{plongeur}} = \rho_{\text{eau salée}}$.

Il faut donc diminuer ρ_{plongeur} par rapport à la situation initiale.

On a $\rho_{\text{plongeur}} = \dfrac{m}{V'}$ avec $V' = V + V_{\text{air}}$.

Il vient $\dfrac{m}{V' + V_{\text{air}}} = \rho_{\text{eau salée}}$.

En isolant V_{air}, on a : $V_{\text{air}} = \dfrac{m}{\rho_{\text{eau salée}}} - V$.

$$V_{\text{air}} = \frac{92\ \text{kg}}{1{,}03 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}} - 0{,}088\ \text{m}^3$$

$V_{\text{air}} = 0{,}0013\ \text{m}^3$ ou $V_{\text{air}} = 1{,}3$ L.

Remarque : en toute rigueur, on ne peut conserver qu'un chiffre significatif pour le résultat de V_{air} car dans le cas d'une addition ou d'une soustraction, le résultat d'un calcul doit comporter autant de décimales que la grandeur qui en possède le moins (3 décimales ici).

On devrait donc écrire $V_{\text{air}} = 0{,}001\ \text{m}^3$ ou $V_{\text{air}} = 1$ L.

Partie II

1. Comme le fluide est incompressible et s'écoule en régime permanent indépendant du temps, le débit volumique se conserve :

$D_{v_1} = D_{v_2}$.

$S_1 \times v_1 = S_2 \times v_2$

$$\pi \times \frac{d_1^2}{4} \times v_1 = \pi \times \frac{d_2^2}{4} \times v_2$$

$$v_2 = \left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 \times v_1$$

$$v_2 = \left(\frac{6{,}0\ \text{m}}{3{,}0\ \text{m}}\right)^2 \times 0{,}30\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v_2 = 1{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. En régime permanent indépendant du temps, la relation de Bernoulli appliquée le long d'une ligne de courant au fluide incompressible s'écrit :

$$\frac{1}{2}\rho_{\text{eau salée}} \times v_1^2 + \rho_{\text{eau salée}} \times g \times z_1 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{\text{eau salée}} \times v_2^2 + \rho_{\text{eau salée}} \times g \times z_2 + P_2.$$

Dans la situation étudiée, $z_1 = z_2$.

La relation précédente devient :

$$\frac{1}{2}\rho_{\text{eau salée}} \times v_1^2 + P_1 = \frac{1}{2}\rho_{\text{eau salée}} \times v_2^2 + P_2.$$

Et donc $\Delta P = P_2 - P_1 = \dfrac{1}{2}\rho_{\text{eau salée}} \times \left(v_1^2 - v_2^2\right)$

$$\Delta P = \frac{1}{2} \times 1{,}03 \times 10^3\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \times \left[\left(0{,}30\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}\right)^2 - \left(1{,}2\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}\right)^2\right].$$

$\Delta P = -7{,}0 \times 10^2\ \text{Pa}$.

La différence de pression entre les deux passages cylindriques de la cavité est $7{,}0 \times 10^2\ \text{Pa}$.

3. La relation fondamentale de la statique des fluides indique que la pression dans l'eau augmente de 1 bar c'est-à-dire 1×10^5 Pa lorsque la profondeur augmente de 10 m.

Pression (Pa)	Augmentation de profondeur (m)
1×10^5	10
700	Δz

$$\Delta z = \frac{700\ \text{Pa} \times 10\ \text{m}}{1 \times 10^5\ \text{Pa}} = 7 \times 10^{-2}\ \text{m} = 7\ \text{cm}.$$

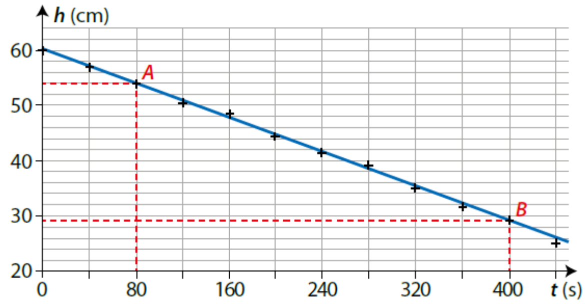
La diminution de la pression de 700 Pa due à la présence d'un courant sous-marin engendre une erreur de mesure de l'ordinateur de plongée de 7 cm de profondeur.

Préparation à l'ECE

La loi de Torricelli

Partie I

1.



On remarque que h est une fonction affine décroissante du temps : c'est bien la preuve que la vidange s'opère à vitesse constante.
Le coefficient directeur, en valeur absolue, nous donne la valeur de cette vitesse au point A.
Le coefficient directeur p a pour expression : $p = \dfrac{h_B - h_A}{t_B - t_A}$

soit $p = \dfrac{29 \times 10^{-2}\,\text{m} - 54 \times 10^{-2}\,\text{m}}{400\ \text{s} - 80\ \text{s}} = -7{,}8 \times 10^{-4}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Une valeur de vitesse étant par définition positive, $v_A = -p$.
Donc $v_A = 7{,}8 \times 10^{-4}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2.a. Comme la valeur de la vitesse v_A et le diamètre D du tuyau sont constants, le débit volumique $D_v = S \times v_A = \pi \times \dfrac{D_2}{4} \times v_A$ est constant dans le temps. Comme le fluide est incompressible et s'écoule en régime permanent indépendant du temps, le débit volumique se conserve : $D_{v_A} = D_{v_C} = D_v$.

$$D_v = \pi \times \frac{\left(20 \times 10^{-2}\ \text{m}\right)^2}{4} \times 7{,}8 \times 10^{-4}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$D_v = 2{,}5 \times 10^{-5}\ \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

b. La conservation du débit volumique conduit à :

$S \times v_A = s \times v_C$ soit aussi : $\pi \times \dfrac{D^2}{4} \times v_A = \pi \times \dfrac{d^2}{4} \times v_C$.

On en déduit :

$v_C = \left(\dfrac{D}{d}\right)^2 \times v_A$.

$$v_C = \left(\frac{20 \times 10^{-2}\ \text{m}}{4{,}0 \times 10^{-3}\ \text{m}}\right)^2 \times 7{,}8 \times 10^{-4}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$v_C = 2{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

c. À l'aide d'une éprouvette graduée, on mesure le volume V d'eau qui s'écoule du vase de Mariotte. Un chronomètre permet de mesurer la durée Δt mise pour obtenir ce volume V.

On calcule ainsi le débit volumique sachant que $D_v = \dfrac{V}{\Delta t}$.

Autre méthode : on mesure à l'aide d'une balance la masse d'eau qui s'est écoulée du vase de Mariotte pendant la durée Δt. Connaissant la masse volumique de l'eau, on remonte à son volume puis le débit volumique.

3.a. On a $v_{C_{Torr}} = \sqrt{2g \times H}$

$$v_{C_{Torr}} = \sqrt{2 \times 9{,}8\ \text{N} \cdot \text{kg}^{-1} \times 20 \times 10^{-2}\ \text{m}}$$

$v_{C_{Torr}} = 2{,}0\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

b. Pour un résultat donné avec deux chiffres significatifs, il y a un bon accord entre le modèle théorique et la détermination expérimentale.

Partie II

On observe sur le nouveau graphique que les points ne sont pas alignés.
La hauteur de chute du fluide décroît de moins en moins vite au fur et à mesure que le récipient se vide. En effet, pour des intervalles de temps égaux, la variation Δh est de plus en plus faible.
Cela traduit une diminution de la vitesse d'écoulement et donc un débit volumique de plus en plus faible.
On a une vidange d'un récipient pour lequel le débit volumique n'est pas constant.