36 Service et réception au volley

Partie I

1. Le système étudié est le centre de masse B du ballon de volley-ball dans un référentiel terrestre supposé galiléen.
Le ballon n'est soumis qu'à son poids $\vec{P}$ car on néglige les actions dues à l'air. D'après la deuxième loi de Newton, $\vec{P} = m\,\vec{a}$ avec $\vec{P} = m\,\vec{g}$. Il vient $\vec{a} = \vec{g}$.
Les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération sont donc :

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{cases}.$$

2. La trajectoire est contenue dans le plan défini par la vitesse initiale $\vec{v}_0$ et l'accélération constante $\vec{a}$. Ce plan contient le repère (O ; x, y).

3. Par la suite, on limite l'étude du mouvement dans le repère (O ; x, y).
Le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps : $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$.
Pour déterminer les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse, il faut chercher les primitives de chaque coordonnée du vecteur accélération puis utiliser les conditions initiales indiquées.

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_x \\ v_y = -g \times t + C_y \end{cases}, \text{ de plus } \vec{v}_0\begin{cases} v_{x_0} = v_0 \\ v_{y_0} = 0 \end{cases}.$$

Il vient $\begin{cases} C_x = v_0 \\ -g \times 0 + C_y = 0 \end{cases}$ d'où $\begin{cases} C_x = v_0 \\ C_y = 0 \end{cases}$.

Les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse s'écrivent :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0 \\ v_y = -g \times t \end{cases}.$$

Le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps : $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\mathrm{OG}}}{\mathrm{d}t}$.
Pour déterminer les coordonnées cartésiennes du vecteur position ou équations horaires, il faut chercher les primitives de chaque coordonnée du vecteur vitesse puis appliquer les conditions initiales indiquées.

$$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\begin{cases} x = v_0 \times t + D \\ y = -\dfrac{1}{2}g \times t^2 + D_y \end{cases}. \text{ De plus, } \overrightarrow{\mathrm{OB}_0}\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = h \end{cases}.$$

Il vient $\begin{cases} v_0 \times 0 + D_x = 0 \\ -\dfrac{1}{2}g \times 0^2 + D_y = h \end{cases}$ d'où $\begin{cases} D_x = 0 \\ D_y = h \end{cases}$.

Les équations horaires du mouvement du ballon de volley-ball s'écrivent :

$$\overrightarrow{\mathrm{OB}}\begin{cases} x = v_0 t \\ y = -\dfrac{1}{2}g \times t^2 + h \end{cases}.$$

4. De l'équation horaire $x = v_0 \times t$, on extrait $t = \dfrac{x}{v_0}$.
On remplace t dans l'autre équation horaire :

$$y = -\frac{1}{2}g \times \left(\frac{x}{v_0}\right)^2 + h.$$

L'équation cartésienne de la trajectoire du ballon est :

$$y = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h.$$

5. Le ballon touche le sol lorsque l'ordonnée de son centre de masse B est égale à r, rayon du ballon. Le ballon touche le sol avant la ligne de fond si $x < L$.
D'après l'équation de la trajectoire :

$$r = -\frac{g}{2v_0^2}x^2 + h\,.$$

Cette équation admet deux solutions :

$$x_1 = \sqrt{\frac{2v_0^2 \times (h-r)}{g}} \text{ et } x_2 = -\sqrt{\frac{2v_0^2 \times (h-r)}{g}}\,.$$

x_2 est ici physiquement impossible car de signe négatif.
Le ballon touche le sol pour :

$$x = \sqrt{\frac{2 \times \left(21{,}0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\right)^2 \times (3{,}5 - 0{,}10) \text{ m}}{9{,}81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}}$$

$x = 17{,}5$ m, d'où $x < L$. Le ballon retombe sur le terrain de volley-ball.
6. Le système n'est soumis qu'à son poids. D'après le théorème de l'énergie cinétique appliqué entre les positions B_0 et B_{sol}, position du centre de masse du ballon lorsqu'il touche le sol :

$$\Delta\mathscr{E}_{c_{B_0 \to B_{sol}}} = \mathscr{E}_{c_{B_{sol}}} - \mathscr{E}_{c_{B_0}} = W_{B_0 \to B_{sol}}\left(\vec{P}\right)$$

$$\frac{1}{2}m \times v_{sol}^2 - \frac{1}{2}m \times v_0^2 = m \times g \times \left(z_{B_{sol}} - z_{B_0}\right)$$

$$\frac{1}{2}m \times v_{sol}^2 = m \times g \times (h-r) + \frac{1}{2}m \times v_0^2$$

D'où $v_{sol} = \sqrt{2g \times (h-r) + v_0^2}$

$$v_{sol} = \sqrt{2 \times 9{,}81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2} \times (3{,}50 - 0{,}10) \text{ m} + \left(21{,}0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\right)^2}$$

Le ballon touche le sol avec une vitesse de valeur $22{,}5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
7. Les frottements dus à l'air font que la valeur de la vitesse réelle du ballon quand il touche le sol sera plus faible que la valeur théorique calculée précédemment.

Partie II

Il faut chercher dans un premier temps l'abscisse du ballon de volley-ball lorsque son ordonnée est 80 cm.
Il faut ensuite calculer la date t à laquelle le ballon atteint cette altitude. Connaissant le point de départ du joueur adverse et la position qu'il doit atteindre au bout de la durée $\Delta t = t_R$, on peut calculer la valeur de sa vitesse moyenne minimale.
• Abscisse du ballon de volley-ball lorsque son ordonnée est 80 cm :
On utilise pour cela l'équation de la trajectoire.

$$y = -\frac{g}{2v_0^2} \times x^2 + h \text{ . Il vient } x = \sqrt{\frac{2v_0^2 \times (h-y)}{g}} \text{, donc :}$$

$$x = \sqrt{\frac{\left(2 \times 21{,}0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}\right)^2 \times (3{,}50 - 0{,}80) \text{ m}}{9{,}81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}}} \text{ soit } x = 16 \text{ m.}$$

• Durée mise par le ballon pour atteindre cette altitude :
On utilise une des deux équations horaires.

$$x = v_0 \times t_R \text{ d'où } t_R = \frac{x}{v_0}\,.$$

Il vient $t_R = \dfrac{16 \text{ m}}{21{,}0 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$, soit $t_R = 0{,}76$ s.

Le ballon met la durée $\Delta t = 0{,}76$ s pour atteindre une altitude de 80 cm.
• Valeur de la vitesse moyenne de l'adversaire :
Le joueur a une abscisse initiale de 17,0 m et doit atteindre en 0,76 s une abscisse de 16 m.

$$v_{moy} = \frac{d}{t} \text{ soit } v_{moy} = \frac{1{,}0 \text{ m}}{0{,}76 \text{ s}}\,.$$

La valeur de la vitesse moyenne du joueur est environ $1{,}3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.
Cette valeur, voisine de $4{,}7 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ est tout à fait réaliste.

Préparation à l'ECE

1. Le système étudié est le centre de masse G de la balle dans un référentiel terrestre supposé galiléen.
La balle n'est soumise qu'à son poids $\vec{P}$ car on néglige les actions dues à l'air.
D'après la deuxième loi de Newton, $\vec{P} = m\,\vec{a}$ avec $\vec{P} = m\,\vec{g}$. Il vient $\vec{a} = \vec{g}$.
Les coordonnées cartésiennes du vecteur accélération sont :

$$\vec{a}\begin{cases} a_x = 0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2} \\ a_y = -g \end{cases}.$$

Le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps : $\vec{a} = \dfrac{\mathrm{d}\vec{v}}{\mathrm{d}t}$.
Pour déterminer les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse, il faut chercher les primitives de chaque coordonnée du vecteur accélération puis appliquer les conditions initiales indiquées.

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = C_x \\ v_y = -g\times t + C_y \end{cases}, \text{ de plus } \vec{v}_0\begin{cases} v_{x_0} = v_0\times\cos\alpha \\ v_{y_0} = -v_0\times\sin\alpha \end{cases}.$$

Il vient $\begin{cases} C_x = v_0\times\cos\alpha \\ -g\times 0 + C_y = -v_0\times\sin\alpha \end{cases}$.

D'où $\begin{cases} C_x = v_0\times\cos\alpha \\ C_y = -v_0\times\sin\alpha \end{cases}$.

Les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse s'écrivent :

$$\vec{v}\begin{cases} v_x = v_0\times\cos\alpha \\ v_y = -g\times t - v_0\times\sin\alpha \end{cases}.$$

Le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps : $\vec{v} = \dfrac{\mathrm{d}\overrightarrow{\text{OG}}}{\mathrm{d}t}$.
Pour déterminer les coordonnées cartésiennes du vecteur position ou équations horaires, il faut chercher les primitives de chaque coordonnée du vecteur vitesse puis appliquer les conditions initiales indiquées.

$$\overrightarrow{\text{OG}}\begin{cases} x = v_0\times\cos\alpha\times t + D_x \\ y = -\dfrac{1}{2}g\times t^2 - v_0\times\sin\alpha\times t + D_y \end{cases}.$$

De plus, $\overrightarrow{\text{OB}_0}\begin{cases} x_0 = 0\ \text{m} \\ y_0 = h \end{cases}$.

Il vient $\begin{cases} v_0\times\cos\alpha\times 0 + D_x = 0 \\ -\dfrac{1}{2}g\times 0^2 - v_0\times\sin\alpha\times 0 + D_y = h \end{cases}$.

D'où $\begin{cases} D_x = 0 \\ D_y = h \end{cases}$.

Les équations horaires du mouvement de la balle s'écrivent :

$$\overrightarrow{\text{OG}}\begin{cases} x = v_0\times\cos\alpha\times t \\ y = -\dfrac{1}{2}g\times t^2 - v_0\times\sin\alpha\times t + h \end{cases}.$$

2. À l'aide d'un logiciel de traitement de vidéo, on place l'origine du repère d'étude au centre de masse G de la balle. Il faut indiquer une échelle à l'aide d'un étalon de longueur présent sur la vidéo.
On pointe, sur chaque image de la vidéo, la position du centre de masse de la balle.
On utilise les fonctionnalités d'un logiciel tableur-grapheur pour calculer les coordonnées des vecteurs vitesse du centre de masse G de la balle et pour tracer les courbes $x(t)$, $y(t)$, $v_x(t)$ et $v_y(t)$.

3. • La hauteur h de départ correspond à l'ordonnée de la balle à $t = 0$ s. Par lecture graphique, on a $h = 0{,}9$ m.

• La valeur de la vitesse initiale de la balle est :

$v_0 = \sqrt{v_{x_0}^2 + v_{y_0}^2}$ avec, par lecture graphique, $v_{x_0} = 1{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ et $v_{y_0} = -0{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

$$v_0 = \sqrt{\left(1{,}2\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\right)^2 + \left(-0{,}8\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}\right)^2} = 1{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}.$$

La valeur de la vitesse initiale est $1{,}4\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

• L'angle α est obtenu à partir du calcul de sa tangente :

$\tan\alpha = \dfrac{|v_{y_0}|}{v_{x_0}}$ et donc $\alpha = \tan^{-1}\left(\dfrac{|v_{y_0}|}{v_{x_0}}\right)$. Il vient $\alpha = 34°$.

Remarque : Il est possible d'utiliser les équations obtenues par modélisation des courbes $x(t)$, $y(t)$, $v_x(t)$ et $v_y(t)$ afin de déterminer h, v_0 et α.