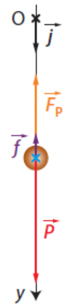
29 Le thermomètre de Galilée

Partie I

1. Schéma des forces qui s'exercent sur l'ampoule en mouvement :



2. D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système dans un référentiel terrestre supposé galiléen, $\sum \vec{F} = m\vec{a}_G$. Il vient $\vec{P} + \vec{f} + \vec{F}_P = m \times \vec{a}_G$.

On projette ces vecteurs sur l'axe vertical orienté vers le bas :

$P - f - F_p = m \times a_G$.

D'où $m \times g - k \times v_G - \rho_\ell \times V \times g = m \times a_G$.

Comme $V = \frac{4}{3}\pi \times R^3$, il vient :

$m \times g - k \times v_G - \rho_\ell \times \frac{4}{3}\pi \times R^3 \times g = m \times a_G$.

Par simplification, on obtient :

$$a_G = g \times \left(1 - \frac{4\rho_\ell \times \pi \times R^3}{3m}\right) - \frac{k}{m}v_G .$$

On identifie cette relation avec celle $a_G = A - B \times v_G$ de l'énoncé :

$$A = g \times \left(1 - \frac{4\rho_\ell \times \pi \times R^3}{3m}\right) \text{ et } B = \frac{k}{m}.$$

3. *Applications numériques :*

$$A = 9{,}81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2} \times \left(1 - \frac{4 \times 848 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3} \times \pi \times \left(1{,}50 \times 10^{-2} \text{ m}\right)^3}{3 \times 12{,}0 \times 10^{-3} \text{ kg}}\right)$$

$A = 9{,}55 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;

$$B = \frac{8{,}8 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{s}^{-1}}{12{,}0 \times 10^{-3} \text{ kg}} .$$

$B = 0{,}73 \text{ s}^{-1}$.

Remarque : l'accélération étant verticale, dirigée vers le bas, on peut confondre a_y et a_G .

Partie II

La représentation graphique de la valeur de la vitesse montre qu'il y a une asymptote horizontale donc l'existence d'une vitesse limite. On relève comme valeur asymptotique $v_\ell = 13 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$.

Complément

Physiquement, ce profil traduit le fait que l'accélération décroît puis devient nulle : les forces de frottement fluide augmentent avec la valeur de la vitesse jusqu'à ce que, cumulée avec la poussée d'Archimède, il y ait compensation exacte du poids. La somme des forces est alors nulle et le mouvement devient rectiligne et uniforme.

2. On a obtenu comme expression de la valeur de l'accélération : $a_G = A - B \times v_G$.

Le vecteur accélération de G à la date *t* est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps : $\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt}$.

Quand la vitesse limite est atteinte, $\vec{v}_G = \overrightarrow{\text{cste}}$

et donc $\vec{a}_G = \frac{d\vec{v}_G}{dt} = \vec{0}$.

On obtient donc $a_G = A - B \times v_\ell = 0$ soit $v_\ell = \frac{A}{B}$.

$v_\ell = \frac{9{,}55 \times 10^{-2} \text{ m} \cdot \text{s}^2}{0{,}73 \text{ s}^{-1}}$ soit $v_\ell = 13 \text{ mm} \cdot \text{s}^{-1}$, ce qui est en accord avec les mesures de la question **1.**

30 Un ascenseur à bateaux

Partie I

1. Dans le référentiel terrestre lié au sol, le mouvement de G est circulaire uniforme : la trajectoire est circulaire de centre C ; la valeur de la vitesse est constante mais sa direction change à tout instant.

2. Dans un repère de Frenet défini en G, le vecteur accélération a pour expression :

$$\vec{a}_G = \frac{v^2}{R}\vec{u}_n + \frac{dv}{dt}\vec{u}_t.$$

Comme le mouvement de G est uniforme, $\frac{dv}{dt} = 0$, le vecteur accélération est « centripète » c'est-à-dire qu'il est colinéaire et de même sens que $\vec{u}_n$.

Partie II

La valeur de l'accélération de G se ramène à celle de l'accélération normale : $a_G = \frac{v^2}{R}$.

Le pointage permet de déterminer la valeur de la vitesse.

On relève, entre deux positions successives de G et avec l'échelle indiquée : 3,6 m.

Et donc $v = \frac{G_iG_{i+1}}{\Delta t}$ soit $v = 0{,}12\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

On relève sur le schéma de l'ascenseur un rayon $R = 12$ m.

On en déduit $a_G = \frac{\left(0{,}12\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}\right)^2}{12\ \text{m}}$ soit $a_G = 1{,}2 \times 10^{-3}\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$.

La valeur calculée de a_G est nettement inférieure au centième de g : le roulis est négligeable.

Préparation à l'ECE

1. Le pointage montre qu'au bout de 3,2 s environ, les espaces parcourus à intervalles de temps réguliers restent constants. Le mouvement est alors uniforme, la bille atteint donc une vitesse limite de valeur v_ℓ constante.

2. Avec l'échelle mentionnée, on mesure pour les trois derniers intervalles de temps une distance parcourue $d = 0{,}20$ m.

On a donc $v_\ell = \dfrac{d}{3\tau}$ donc $v_\ell = \dfrac{0{,}20\ \text{m}}{3 \times 0{,}400\ \text{s}}$ soit $v_\ell = 0{,}17\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$.

3. La bille est soumise :

– à son poids $\vec{P}$;

– à la poussée d'Archimède $\vec{F}_\text{P}$;

– à la force de frottement $\vec{f}$.

D'après la deuxième loi de Newton appliquée au système dans un référentiel terrestre supposé galiléen, $\sum \vec{F} = m\vec{a}$. Soit $\vec{P} + \vec{f} + \vec{F}_\text{P} = m\vec{a}$.

On projette les vecteurs force sur l'axe vertical (Oz) orienté vers le bas. On obtient alors : $P - f - F_\text{p} = m \times a$.

En remplaçant les valeurs des forces par leur expression, on obtient :

$m \times g - 6\pi \times \eta \times R \times v - \rho \times g \times V = m \times a$

Or $\vec{a} = \dfrac{\text{d}\vec{v}}{\text{d}t}$.

Quand la vitesse limite est atteinte, $\vec{v} = \overrightarrow{\text{cste}}$.

On a donc $\vec{a} = \dfrac{\text{d}\vec{v}}{\text{d}t} = \vec{0}$.

On en déduit :

$m \times g - 6\pi \times \eta \times R \times v_\ell - \rho \times g \times V = 0$

et donc $\eta = \dfrac{(m - \rho \times V) \times g}{6\pi \times R \times v_\ell}$.

$$\eta = \frac{\left(35{,}5 \times 10^{-3}\ \text{kg} - 920\ \text{kg} \cdot \text{m}^{-3} \times 33{,}5 \times 10^{-6}\ \text{m}^3\right) \times 9{,}81\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}{6\pi \times 2{,}00 \times 10^{-2}\ \text{m} \times 0{,}17\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}}$$

$\eta = 0{,}72\ \text{Pa} \cdot \text{s}$.

Aux incertitudes de mesure près sur la valeur de la vitesse limite, on peut conclure que l'huile utilisée est de l'huile de type 3.