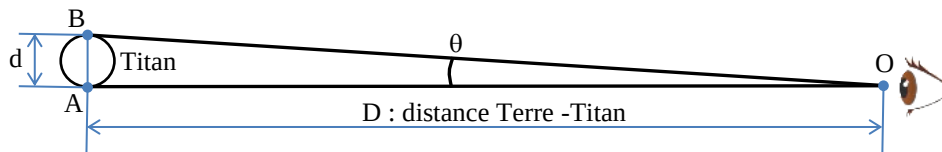


CORRIGÉ BAC BLANC SCIENCES-PHYSIQUES - MARS 2024

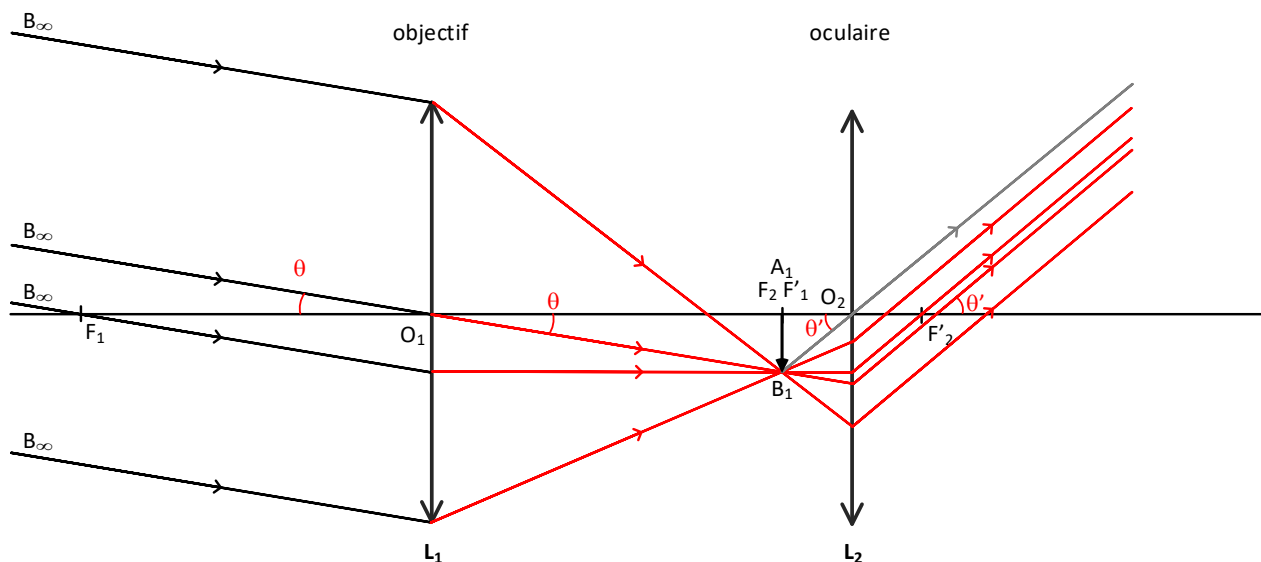
EXERCICE A : AUTOUR DE SATURNE (11 POINTS)

PARTIE I : OBSERVATION DE TITAN À L'ŒIL NU



- Dans le triangle rectangle OAB : $\theta \approx \tan \theta = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{AB}{D} = \frac{5,2 \cdot 10^3}{1,43 \cdot 10^9} = 3,6 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$
- $\theta < \varepsilon$ donc Titan n'est pas visible à l'œil nu.
- Le grossissement d'une lunette astronomique est défini par :
 $G = \theta' / \theta$ avec θ' angle sous lequel Titan est observé à travers la lunette astronomique.
 Pour pouvoir observer Titan depuis la Terre : $\theta' > \varepsilon$ soit : $G \times \theta > \varepsilon \Leftrightarrow G > \frac{\varepsilon}{\theta} = \frac{3 \cdot 10^{-4}}{3,6 \cdot 10^{-6}} = 83$
 Le grossissement minimal est égal à : $G_{\min} = 83$

PARTIE II : OBSERVATION DE TITAN À L'AIDE D'UNE LUNETTE ASTRONOMIQUE



- Voir schéma.
- Voir schéma.
- Dans le triangle $O_1A_1B_1$: $\theta \approx \tan \theta = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{A_1B_1}{O_1A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_{ob}}$
 Dans le triangle $O_2A_1B_1$: $\theta' \approx \tan \theta' = \frac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \frac{A_1B_1}{O_2A_1} = \frac{A_1B_1}{f'_{oc}}$
 Donc : $G = \frac{\theta'}{\theta} = \frac{A_1B_1}{f'_{oc}} \times \frac{f'_{ob}}{A_1B_1} = \frac{f'_{ob}}{f'_{oc}}$
- Pour avoir le grossissement le plus élevé, il faut donc choisir f'_{oc} le plus petit car f'_{oc} intervient au dénominateur dans la formule du grossissement : oculaire de 12mm.
- Avec ce grossissement maximum égal à : $G_{\max} = 3,10 / 12 \cdot 10^{-3} = 258$
Titan : $\theta' = G_{\max} \times \theta = 258 \times 3,6 \cdot 10^{-6} = 9,3 \cdot 10^{-4} \text{ rad} > \varepsilon$ donc Titan est observable à l'aide de cette lunette.
Janus : $\theta' = G_{\max} \times \theta = 258 \times 1,3 \cdot 10^{-7} = 3,4 \cdot 10^{-5} \text{ rad} < \varepsilon$ donc Janus n'est pas observable à l'aide de cette lunette.
- La lunette étant afocale : $O_1O_2 = f'_{ob} + f'_{oc} = 3,1 + 12 \cdot 10^{-3} \approx 3,1 \text{ m} = f'_{ob}$
 La longueur L de la lunette est voisine de la distance focale de son objectif : 3,1m

PARTIE III : LIMITES D'OBSERVATION DE LA LUNETTE ASTRONOMIQUE

1. Le phénomène qui limite le pouvoir de résolution de la lunette est la diffraction de la lumière par l'objectif.

2. Pouvoir de résolution de la lunette utilisée : $\alpha = \frac{1,22 \times \lambda}{d_{ob}} = \frac{1,22 \times 550 \cdot 10^{-9}}{260 \cdot 10^{-3}} = 2,58 \cdot 10^{-6} \text{ rad}$

Avec un grossissement de 260, Titan est vu à travers la lunette sous un angle :

$$\theta' = G \times 3,6 \cdot 10^{-6} = 260 \times 3,6 \cdot 10^{-6} = 9,4 \cdot 10^{-4} \text{ rad} > \alpha$$

Les deux points A et B des pôles de Titan peuvent être séparés à travers la lunette : Titan peut être observé correctement.

3. $\alpha = \frac{1,22 \times \lambda}{d_{ob}}$

Pour une longueur d'onde λ donnée, le pouvoir de résolution α est d'autant plus petit que le diamètre de l'objectif d_{ob} est grand. C'est la raison pour laquelle il est préférable d'utiliser un objectif ayant un grand diamètre d'ouverture.

PARTIE IV : AUTOUR DE SATURNE

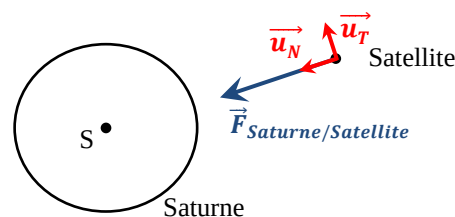
1. Système : {satellite}

Référentiel : "Saturnocentrique" considéré galiléen

Bilan des forces extérieures :

force gravitationnelle exercée par Saturne $\vec{F}_{\text{Saturne/Satellite}}$:

$$\vec{F}_{\text{Saturne/Satellite}} = G \frac{m \cdot M_s}{r^2} \vec{u}_N$$



Accélération du satellite dans le repère de Frenet : $\vec{a} = \frac{dv}{dt} \vec{u}_T + \frac{v^2}{r} \vec{u}_N$ ①

D'après la deuxième loi de Newton appliquée au satellite : $\Sigma \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a}$

d'où : $G \frac{m \cdot M_s}{r^2} \vec{u}_N = m \cdot \vec{a}$ et $\vec{a} = G \frac{M_s}{r^2} \vec{u}_N$ ②

En identifiant ① et ② :

- selon $\vec{u}_T$: $\frac{dv}{dt} = 0$ donc $v = \text{constante} \Rightarrow$ le mouvement du satellite est uniforme.

- selon $\vec{u}_N$: $\frac{v^2}{r} = G \frac{M_s}{r^2}$ d'où $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_s}{r}}$

2. La période T est la durée nécessaire au satellite pour faire un tour dans le référentiel d'étude.

$$T = \frac{\text{circonférence de l'orbite}}{\text{vitesse}} = \frac{2\pi r}{v} = 2\pi r \sqrt{\frac{r}{G \cdot M_s}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_s}}$$

En élevant au carré : $T^2 = 4\pi^2 \frac{r^3}{G \cdot M_s}$ d'où $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_s} = k$ (3^{ème} loi de Kepler)

Il y a proportionnalité entre T^2 et r^3 : $T^2 = k \cdot r^3$

3. Masse de Saturne : $M_s = \frac{4\pi^2 R_j^3}{G \cdot T_j^2} = \frac{4\pi^2 \times (1,51 \cdot 10^8)^3}{6,67 \cdot 10^{-11} \times (17 \times 3600)^2} = 5,4 \cdot 10^{26} \text{ kg}$

4. $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_s}{r}}$ donc plus le rayon de la trajectoire d'un morceau de glace d'un anneau est petit plus il va vite.

Les corps les plus proches du rayon intérieur du premier anneau tournent donc plus vite que ceux qui sont plus à l'extérieur.

5. Le nombre de tours effectués par la bordure interne pendant que la bordure externe réalise un tour complet est égal au quotient des périodes de révolution :

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{G \cdot M_s}} \text{ donc : } N = \frac{T_{\text{ext}}}{T_{\text{int}}} = \frac{2\pi \sqrt{\frac{R_{\text{ext}}^3}{G \cdot M_s}}}{2\pi \sqrt{\frac{r_{\text{int}}^3}{G \cdot M_s}}} = \sqrt{\frac{R_{\text{ext}}^3}{r_{\text{int}}^3}} = \sqrt{\left(\frac{R_{\text{ext}}}{r_{\text{int}}}\right)^3} = \sqrt{\left(\frac{1,36 \cdot 10^5}{6,69 \cdot 10^4}\right)^3} = 2,9$$

EXERCICE B : CONTRÔLE DE L'ORDRE D'UNE RÉACTION (4,5 POINTS)

- Les ions Fe^{3+} sont consommés dans l'étape ① puis régénérés dans l'étape ② : les ions Fe^{3+} jouent donc le rôle de catalyseur.
- Le prélèvement du milieu réactionnel est versé rapidement dans un des sept erlenmeyers contenant 40mL d'eau distillée glacée et 10mL de solution d'acide sulfurique.
La température est le premier facteur cinétique mis en œuvre : l'abaissement de la température due à la présence d'eau glacée diminue la vitesse de la transformation.
La concentration des réactifs est le deuxième facteur cinétique mis en œuvre : la dilution qui résulte de l'ajout d'eau au prélèvement diminue la concentration des réactifs et donc la vitesse de la transformation.
- Avant l'équivalence : les ions permanganate MnO_4^- sont limitants et la solution est incolore.
Après l'équivalence : les ions permanganate MnO_4^- sont en excès et la solution est rose-violet.
 La solution vire de l'incolore au rose-violet à l'équivalence.

- Équation support du titrage colorimétrique : $5 \text{H}_2\text{O}_2(\text{aq}) + 2 \text{MnO}_4^-(\text{aq}) + 6 \text{H}^+(\text{aq}) \rightarrow 5 \text{O}_2(\text{g}) + 2 \text{Mn}^{2+}(\text{aq}) + 8 \text{H}_2\text{O}(\text{l})$
 À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques :

$$\frac{n(\text{H}_2\text{O}_2)_{\text{dosée}}}{5} = \frac{n(\text{MnO}_4^-)_E}{2} \Leftrightarrow \frac{[\text{H}_2\text{O}_2] \cdot V_R}{5} = \frac{C_P \cdot V_E}{2} \quad \text{donc : } [\text{H}_2\text{O}_2] = \frac{5 \cdot C_P \cdot V_E}{2 \cdot V_R}$$

- $[\text{H}_2\text{O}_2] = \frac{5 \cdot C_P \cdot V_E}{2 \cdot V_R} = \frac{5 \times 2,00 \cdot 10^{-2} \times 11,4 \cdot 10^{-3}}{2 \times 10,0 \cdot 10^{-3}} = 0,0570 \text{ mol.L}^{-1} = \underline{57,0 \text{ mmol.L}^{-1}}$ (valeur cohérente avec la courbe de la fig. 1).

- La vitesse de disparition de l'eau oxygénée a pour expression : $v_{\text{disp}, \text{H}_2\text{O}_2}(t) = -\frac{d[\text{H}_2\text{O}_2]}{dt}$

Pour une loi d'ordre 1 : $v_{\text{disp}, \text{H}_2\text{O}_2}(t) = k \cdot [\text{H}_2\text{O}_2]$ d'où en remplaçant : $-\frac{d[\text{H}_2\text{O}_2]}{dt} = k \cdot [\text{H}_2\text{O}_2] \Leftrightarrow \boxed{\frac{d[\text{H}_2\text{O}_2]}{dt} = -k \cdot [\text{H}_2\text{O}_2]}$

- $[\text{H}_2\text{O}_2](t) = B \cdot e^{-k \cdot t}$

donc : $[\text{H}_2\text{O}_2](0) = B \cdot e^0 = B$

B représente donc la concentration initiale en peroxyde d'hydrogène.

- La courbe donnant l'évolution temporelle de $\ln([\text{H}_2\text{O}_2]/c^\circ)$ est une droite.
 Or la relation 1 qui découle de l'hypothèse d'une cinétique d'ordre 1 :

$$\underbrace{\ln\left(\frac{[\text{H}_2\text{O}_2]}{c^\circ}\right)}_{\text{"y"}} = \underbrace{\ln\left(\frac{B}{c^\circ}\right)}_b + \underbrace{(-k)}_a \times t_{\text{"x"}}$$

est bien cohérente avec une telle représentation graphique :

- droite de coefficient directeur : $a = -k$
- et d'ordonnée à l'origine : $b = \ln(B/c^\circ)$

k est donc l'opposé du coefficient directeur de cette droite :

$$k = -a = -\frac{y_B - y_A}{t_B - t_A} = -\frac{-4,8 - (-2,5)}{70} = \underline{0,033 \text{ min}^{-1}}$$

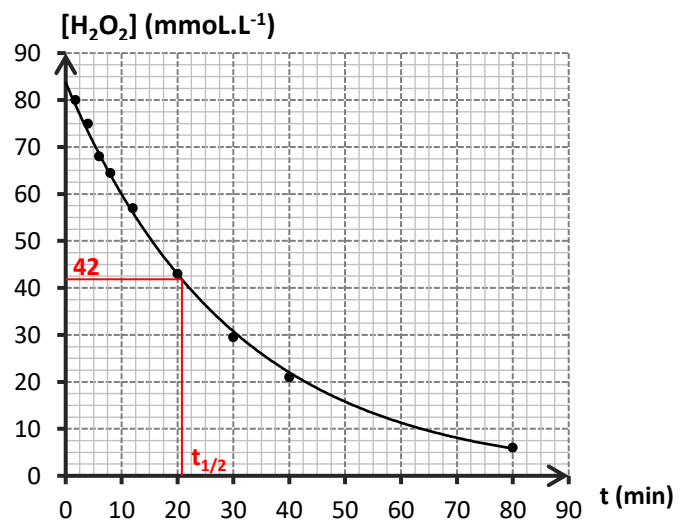
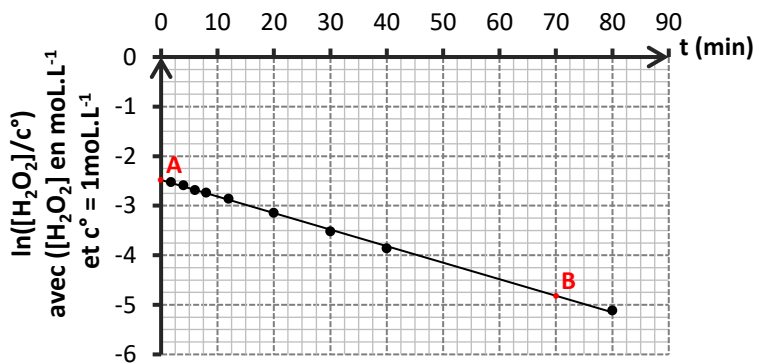
- Le temps de demi-réaction $t_{1/2}$ est la durée pour laquelle l'avancement est égal à la moitié de l'avancement final.
 Pour une transformation totale, le réactif limitant est alors à moitié consommé.

$[\text{H}_2\text{O}_2]_0 = 83 \text{ mmol.L}^{-1}$ et : $[\text{H}_2\text{O}_2]_0 / 2 = 42 \text{ mmol.L}^{-1}$
 donc graphiquement : $t_{1/2} = \underline{21 \text{ min}}$

Remarque : Cette valeur de $t_{1/2}$ permet de retrouver la valeur de k déterminée graphiquement.

$$k = \ln 2 / t_{1/2} = \ln 2 / 21 = \underline{3,3 \cdot 10^{-2} \text{ min}^{-1}}$$

- $k = \ln 2 / t_{1/2}$ or $t_{1/2}$ est indépendant de la concentration initiale en peroxyde d'hydrogène pour une réaction d'ordre 1.
 donc k ne dépend pas de la concentration initiale en peroxyde d'hydrogène.



EXERCICE C : TENEUR EN IONS SALICYLATE DANS UNE CRÈME (4,5 POINTS)

PARTIE I : ÉTUDE DE LA RÉACTION ENTRE L'ION Fe^{3+} ET L'ION HL^-

1. masse m de salicylate de sodium NaHL solide à peser :

$$m = n \cdot M(\text{NaHL}) = C_0 \cdot V_0 \cdot M = 0,100 \times 100 \cdot 10^{-3} \times 160,1 = \underline{1,60\text{g}}$$

2. Au cours de la dilution, il y a conservation de la quantité de matière en soluté :

$$C_{\text{mère}} \cdot V_{\text{mère}} = C_{\text{fille}} \cdot V_{\text{fille}} \Leftrightarrow C_0 \cdot V_{\text{mère}} = C_1 \cdot V_1 \quad \text{donc :} \quad V_{\text{mère}} = \frac{C_1 \cdot V_1}{C_0} = \frac{10,0 \cdot 10^{-3} \times 50,0 \cdot 10^{-3}}{100 \cdot 10^{-3}} = \underline{5,0 \cdot 10^{-3} \text{L}} = \underline{5,0\text{mL}}$$

Volume de solution mère S_0 à prélever : pipette jaugée de 5,0mL

Solution fille : fiole jaugée de 50mL

3. Une solution tampon est une solution dont le pH ne varie pas par ajout modéré d'acide ou de base, ou encore par dilution. L'ajout de $V = 0,100\text{mL}$ dans $V_{\text{fer}} = 10,0\text{mL}$ ne modifie quasiment pas le volume donc l'effet de dilution est totalement négligeable et n'entraîne aucune variation du pH.

4. Tableau d'avancement de la réaction :

Équation	$\text{Fe}^{3+}(\text{aq})$	+	$\text{HL}^-(\text{aq})$	$\rightleftharpoons$	$\text{FeL}^+(\text{aq})$	+	$\text{H}^+(\text{aq})$
État initial	$C_{\text{fer}} \cdot V_{\text{fer}}$		$C_1 \cdot V$		0		$n(\text{H}^+)$
État d'équilibre	$C_{\text{fer}} \cdot V_{\text{fer}} - x_{\text{éq}}$		$C_1 \cdot V - x_{\text{éq}}$		$x_{\text{éq}}$		constante

$$5. K = \frac{\frac{[\text{FeL}^+]_{\text{éq}}}{c^\circ} \cdot \frac{[\text{H}^+]_{\text{éq}}}{c^\circ}}{\frac{[\text{Fe}^{3+}]_{\text{éq}}}{c^\circ} \cdot \frac{[\text{HL}^-]_{\text{éq}}}{c^\circ}} = \frac{[\text{FeL}^+]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}^+]_{\text{éq}}}{[\text{Fe}^{3+}]_{\text{éq}} \cdot [\text{HL}^-]_{\text{éq}}} = \frac{\frac{x_{\text{éq}}}{V + V_{\text{fer}}} \cdot [\text{H}^+]_{\text{éq}}}{\frac{C_{\text{fer}} \cdot V_{\text{fer}} - x_{\text{éq}}}{V + V_{\text{fer}}} \times \frac{C_1 \cdot V - x_{\text{éq}}}{V + V_{\text{fer}}}} = \frac{x_{\text{éq}} \cdot [\text{H}^+]_{\text{éq}} \cdot (V + V_{\text{fer}})}{(C_{\text{fer}} \cdot V_{\text{fer}} - x_{\text{éq}}) \cdot (C_1 \cdot V - x_{\text{éq}})}$$

6. Si Fe^{3+} est le réactif limitant : $x_{\text{max}} = C_{\text{fer}} \cdot V_{\text{fer}} = 10,0 \cdot 10^{-3} \times 10,0 \cdot 10^{-3} = \underline{1,00 \cdot 10^{-4} \text{mol}}$

Si HL^- est le réactif limitant : $x_{\text{max}} = C_1 \cdot V = 10,0 \cdot 10^{-3} \times 0,100 \cdot 10^{-3} = \underline{1,00 \cdot 10^{-6} \text{mol}}$

Donc HL^- est le réactif limitant et $x_{\text{max}} = 1,00 \cdot 10^{-6} \text{mol}$

L'avancement $x_2 = 9,999 \cdot 10^{-5} \text{mol}$ est à rejeter car supérieur à x_{max} .

Il faut donc garder la solution : $x_1 = 9,999 \cdot 10^{-7} \text{mol}$

Le taux d'avancement final est alors égal à : $\tau = x_{\text{éq}} / x_{\text{max}} = 9,999 \cdot 10^{-7} / 1,00 \cdot 10^{-6} = 1,00 = \underline{100\%}$

La transformation peut être considérée comme totale.

PARTIE II : DOSAGE SPECTROPHOTOMÉTRIQUE DES IONS SALICYLATE HL^-

1. FeL^+ absorbe fortement la lumière verte de longueur d'onde $\lambda = 535 \text{ nm}$, la solution apparaît magenta qui est la couleur complémentaire (couleur diamétralement opposée sur le cercle chromatique).

2. $A = 0,83$ donc graphiquement, la concentration en ions salicylate HL^- dans l'échantillon de volume $10,1\text{mL}$ vaut : $[\text{HL}^-] = \underline{0,65 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}}$

et ainsi :

$$n(\text{HL}^-)_{\text{crème}} = [\text{HL}^-] \cdot V_{\text{échantillon}}$$

$$n(\text{HL}^-)_{\text{crème}} = 0,65 \cdot 10^{-3} \times 10,1 \cdot 10^{-3} = \underline{6,6 \cdot 10^{-6} \text{mol}}$$

Donc pour $0,100\text{mL}$ de crème :

$$m(\text{HL}^-)_{\text{crème}} = n(\text{HL}^-)_{\text{crème}} \cdot M(\text{HL}^-) = 6,6 \cdot 10^{-6} \times 137,1 = \underline{9,0 \cdot 10^{-4} \text{g}}$$

$$\text{masse de crème : } m_{\text{crème}} = \rho \cdot V_{\text{crème}} = 860 \times 0,100 \cdot 10^{-3} = \underline{0,0860 \text{g}}$$

$$w_{\text{mes}} = \frac{\text{masse d'ions salicylate}}{\text{masse de crème}} = \frac{9,0 \cdot 10^{-4}}{0,0860} = 1,0 \cdot 10^{-2} = \underline{1,0\%} \quad (\text{valeur non arrondie } 1,04\%).$$

3. $\frac{|w_{\text{mes}} - w_{\text{ref}}|}{u(w)} = \frac{1,04 - 1}{0,02} = 2,32 > 2$

La valeur indiquée sur l'étiquette n'est pas compatible. L'incertitude de mesure $u(w) = 0,02\%$ a pu être sous-estimée.

