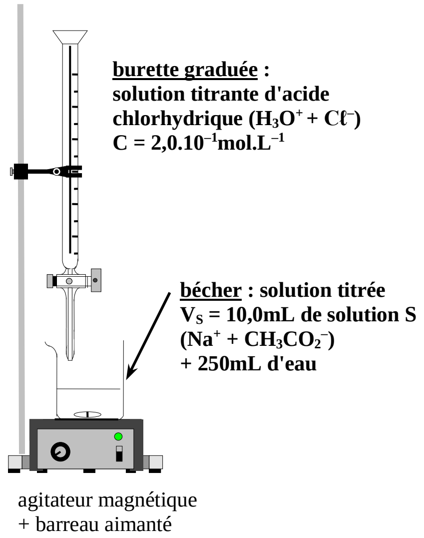
# EXERCICE A : ÉTUDE D'UNE CHAUFFERETTE (4 POINTS)

**1.** Le facteur de dilution est égal à 25 $\Rightarrow$ $F = \dfrac{C_{\text{mère}}}{C_{\text{fille}}} = \dfrac{V_{\text{fille}}}{V_{\text{mère}}}$ donc : $V_{\text{mère}} = \dfrac{V_{\text{fille}}}{25} = \dfrac{50,0}{25} = \underline{2,0\text{mL}}$

On utilise de la verrerie jaugée pour davantage de précision.
① Prélever 2,0mL de solution mère à l'aide d'une pipette jaugée de 2,0mL.
② Les introduire dans une fiole jaugée de 50,0mL.
③ Ajouter de l'eau distillée aux 2/3. Boucher et agiter.
④ Ajouter de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge. Boucher et agiter.




**2.** Tableau d'évolution des concentrations des ions :
Équation du titrage : $\mathbf{CH_3CO_2^- + H_3O^+ \rightarrow CH_3CO_2H + H_2O}$

| Concentrations | Avant l'équivalence | Après l'équivalence |
|---|---|---|
| $[Na^+]$ | **reste constante** (ions spectateurs de la solution titrée) | **reste constante** (ions spectateurs de la solution titrée) |
| $[CH_3CO_2^-]$ | **diminue** (réactif en excès consommé par les ions $H_3O^+$ ajoutés) | **reste négligeable** (réactif limitant) |
| $[H_3O^+]$ | **reste négligeable** (réactif limitant) | **augmente** (réactif en excès) |
| $[C\ell^-]$ | **augmente** (ions spectateurs de la solution titrante) | **augmente** (ions spectateurs de la solution titrante) |

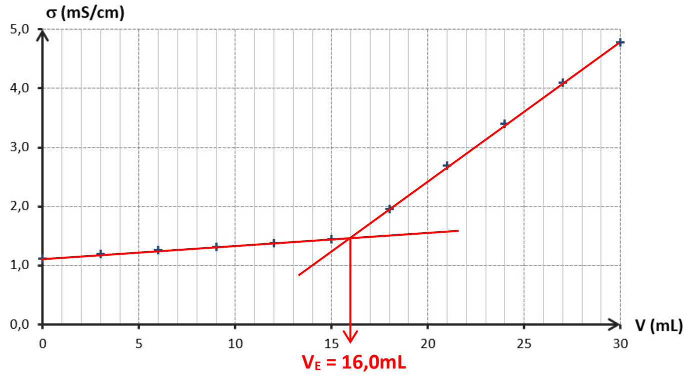
**3.** D'après la loi de Kohlrausch :
① Avant l'équivalence : $\sigma = \underbrace{\lambda_{Na^+}.[Na^+]}_{\text{constant}} + \underbrace{\lambda_{CH_3CO_2^-}.[CH_3CO_2^-]}_{\text{diminue}} + \underbrace{\lambda_{H_3O^+}.[H_3O^+]}_{\approx 0} + \underbrace{\lambda_{C\ell^-}.[C\ell^-]}_{\text{augmente}}$

Comme $\lambda_{CH_3CO_2^-}$ est légèrement inférieur à $\lambda_{C\ell^-}$, la conductivité σ augmente lentement avant l'équivalence.

② Après l'équivalence : $\sigma = \underbrace{\lambda_{Na^+}.[Na^+]}_{\text{constant}} + \underbrace{\lambda_{CH_3CO_2^-}.[CH_3CO_2^-]}_{\approx 0} + \underbrace{\lambda_{H_3O^+}.[H_3O^+]}_{\text{augmente}} + \underbrace{\lambda_{C\ell^-}.[C\ell^-]}_{\text{augmente}}$

La conductivité σ augmente rapidement après l'équivalence.

**4.** Le volume équivalent est repéré par l'abscisse du point d'intersection des deux segments de droite :
$V_E$ = 16,0mL




**5.** ① Exploitons le titrage :
À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stœchiométriques :

$$\frac{n(CH_3CO_2^-)_{\text{dosée}}}{1} = \frac{n(H_3O^+)_E}{1}$$

$$C_S.V_S = C.V_E$$

$$C_S = \frac{C.V_E}{V_S} = \frac{2,0.10^{-1} \times 16,0.\cancel{10^{-3}}}{10,0.\cancel{10^{-3}}} = \underline{3,2.10^{-1}\text{mol.L}^{-1}}$$

② La solution de la chaufferette ayant été diluée 25 fois, sa concentration est égale à : $C = 25 \times C_S = 25 \times 3,2.10^{-1} = \underline{8,0\text{mol.L}^{-1}}$
③ La concentration en masse de soluté : $t = C.M = 8 \times 82 = \underline{656\text{g.L}^{-1}} > s$
La solution de la chaufferette est donc bien sursaturée.

# EXERCICE B : LES EXOPLANÈTES (11 POINTS)

## Partie A : Étude du mouvement d'une étoile

**1.** L'effet Doppler est une variation de fréquence de l'onde perçue par un observateur si la source est en mouvement par rapport à lui. Dans le cas d'une onde sonore émise par un véhicule en mouvement, le son émis par un véhicule est perçu :
- plus aigu quand le véhicule s'approche de l'observateur : "Niiiii..."
- et plus grave quand il s'en éloigne : " aaaaan..."

Cette variation de fréquence est aussi observable avec des ondes électromagnétiques.

**2.** D'après la question précédente $f < f_0$ car l'étoile s'éloigne de l'observateur sur Terre.

**3.** Exprimons f en fonction de $f_0$ :

$$v = c.\left(\frac{f_0}{f} - 1\right) \Leftrightarrow \frac{v}{c} = \frac{f_0}{f} - 1 \Leftrightarrow \frac{f_0}{f} = \frac{v}{c} + 1 \Leftrightarrow \frac{f}{f_0} = \frac{1}{\frac{v}{c}+1} \Leftrightarrow f = \frac{1}{\frac{v}{c}+1} f_0 = \frac{c}{v+c} f_0$$

Remplaçons dans l'expression du décalage Doppler :

$$\Delta f = f - f_0 = \frac{c}{v+c} f_0 - f_0 = \left(\frac{c}{v+c} - 1\right) f_0 = \left(\frac{c}{v+c} - \frac{v+c}{v+c}\right) f_0 = \left(\frac{c-v-c}{v+c}\right) f_0 = \frac{-v}{v+c} f_0$$

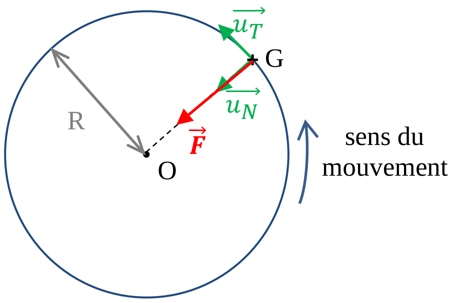
$\Delta f < 0$ ce qui est bien cohérent avec la réponse à la question **2.** : l'étoile s'éloigne donc $f < f_0 \Leftrightarrow \Delta f = f - f_0 < 0$

**4.** $f = c / \lambda$

**5.** $v = c.\left(\frac{f_0}{f} - 1\right)$ donc : $v = c.\left(\frac{\frac{c}{\lambda_0}}{\frac{c}{\lambda}} - 1\right) = c.\left(\frac{\cancel{c}}{\lambda_0}\frac{\lambda}{\cancel{c}} - 1\right) = c.\left(\frac{\lambda}{\lambda_0} - 1\right)$

**6.** $v = c.\left(\frac{\lambda}{\lambda_0} - 1\right) = 3{,}00.10^5 \times \left(\frac{656{,}373.\cancel{10^{-9}}}{656{,}300.\cancel{10^{-9}}} - 1\right) = \underline{33{,}4 \text{km.s}^{-1}}$

## Partie B : Étude du mouvement d'une exoplanète




**7.** Système : {exoplanète}
Référentiel : lié à l'étoile, considéré galiléen
Bilan des forces extérieures :

Force gravitationnelle exercée par l'étoile sur l'exoplanète : $\boxed{\vec{F} = G\frac{m.M_E}{R^2}\overrightarrow{u_N}}$

D'après la deuxième loi de Newton appliquée à l'exoplanète : $\Sigma\overrightarrow{F_{ext}} = m.\vec{a}$

d'où : $G\frac{\cancel{m}.M_E}{R^2}\overrightarrow{u_N} = \cancel{m}.\vec{a}$ et $\boxed{\vec{a} = G\frac{M_E}{R^2}\overrightarrow{u_N}}$ ①

**8.** Accélération de l'exoplanète dans le repère de Frenet : $\boxed{\vec{a} = \frac{dv}{dt}\overrightarrow{u_T} + \frac{v^2}{R}\overrightarrow{u_N}}$ ②

En identifiant ① et ② :

- selon $\overrightarrow{u_T}$ : $\frac{dv}{dt} = 0$ donc v = constante $\Rightarrow$ le mouvement de l'exoplanète est uniforme.
- selon $\overrightarrow{u_N}$ : $\frac{v^2}{\cancel{R}} = G\frac{M_E}{R^{\cancel{2}}}$ d'où $\boxed{v = \sqrt{\frac{G.M_E}{R}}}$ ③

**9.** $\boxed{M_E = \frac{v^2.R}{G}} = \frac{(130.10^3)^2 \times 0{,}050 \times 150.10^9}{6{,}67.10^{-11}} = \underline{1{,}9.10^{30} \text{kg}}$

**10.** La période T est la durée nécessaire à l'exoplanète pour faire un tour de l'étoile dans le référentiel d'étude.

$$T = \frac{\text{circonférence de l'orbite}}{\text{vitesse}} = \frac{2\pi R}{v} = 2\pi R\sqrt{\frac{R}{G.M_E}} = \underline{2\pi\sqrt{\frac{R^3}{G.M_E}}}$$

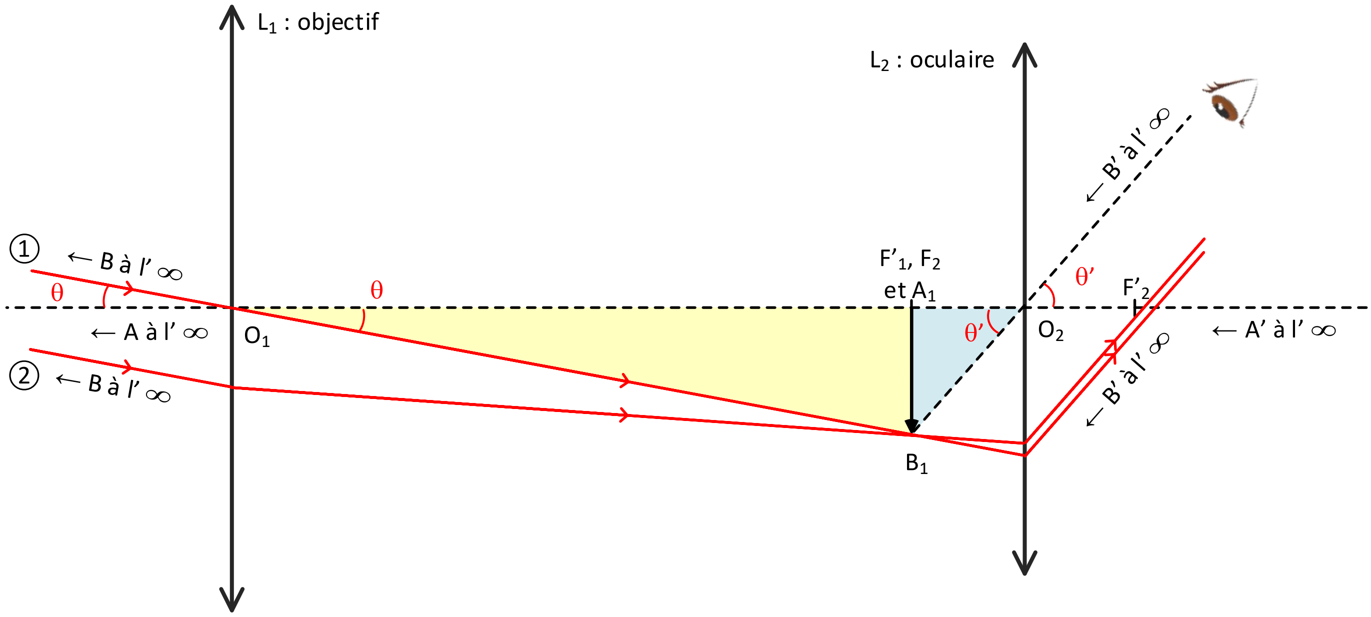
En élevant au carré : $T^2 = 4\pi^2\frac{R^3}{G.M_E}$ d'où $\boxed{\frac{T^2}{R^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_E}}$ ④ (3ème loi de Kepler)

**11.** $\boxed{T = \frac{2\pi R}{v}} = \frac{2\pi \times 0{,}050 \times 150.10^9}{130.10^3} = \underline{3{,}6.10^5 \text{s}} = \underline{4{,}2 \text{ jours terrestres}}$

**Partie C : Observation d'une exoplanète avec une lunette astronomique**

**12.** Une lunette astronomique est un système afocal : elle donne d'un objet situé à l'infini une image à l'infini. Ainsi, le foyer image de l'objectif $F'_1$ est confondu avec le foyer objet de l'oculaire $F_2$.

**13.** Schéma de la lunette astronomique :




**14.** La lentille $L_1$ est du côté de l'objet : c'est l'objectif. La lentille $L_2$ est côté de l'œil : c'est l'oculaire.
Le grossissement est défini par : $G = \theta' / \theta = f_{objectif} / f_{oculaire} > 1$ On doit donc avoir $f_{objectif} > f_{oculaire}$.
Or ici : $f_1' > f_2'$ donc $L_1$ est l'objectif et $L_2$ est l'oculaire.

**15.** Représentation de $\theta$ et $\theta'$ : cf. schéma de l'annexe.

**16.** Par définition : $G = \theta' / \theta$

**17.** Dans le triangle $O_1A_1B_1$ en utilisant l'approximation des petits angles : $\theta \approx \tan\theta = \dfrac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \dfrac{A_1B_1}{O_1A_1} = \dfrac{A_1B_1}{f'_1}$

Dans le triangle $O_2A_1B_1$ en utilisant l'approximation des petits angles : $\theta' \approx \tan\theta' = \dfrac{\text{opposé}}{\text{adjacent}} = \dfrac{A_1B_1}{O_2A_1} = \dfrac{A_1B_1}{f'_2}$

Ainsi : $G = \dfrac{\theta'}{\theta} = \dfrac{A_1B_1 / f'_2}{A_1B_1 / f'_1} = \dfrac{f'_1}{f'_2}$

**18.** L'exoplanète est observable si l'angle $\theta'$ est supérieur à $\varepsilon$ : $\theta' = G.\theta > \varepsilon$

$\dfrac{f'_1}{f'_2}\theta > \varepsilon$ donc : $f'_1 > \dfrac{\varepsilon}{\theta} f'_2 = \dfrac{2{,}69.10^{-4}}{2{,}00.10^{-9}} \times 10.10^{-3} = 1{,}35.10^{3}\,\text{m} = \underline{1{,}35\text{km}}$

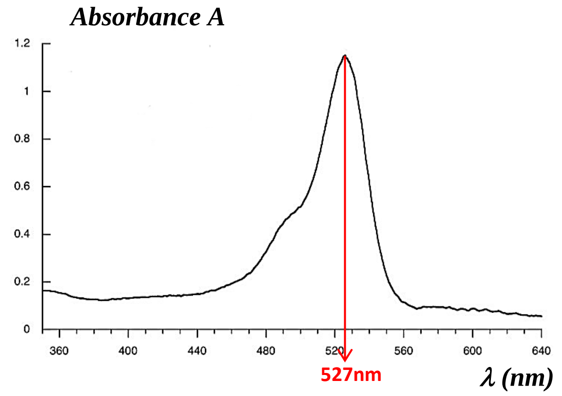
Le grossissement est alors égal à : $G = 2{,}69.10^{-4} / 2{,}00.10^{-9} = 1{,}35.10^{5}$ !

**19.** D'après les données, en notant D le diamètre de l'objectif :

rapport d'ouverture $= \dfrac{f_1'}{D} \le 8{,}0$ donc : $\dfrac{D}{f_1'} \ge \dfrac{1}{8{,}0}$ $\Leftrightarrow$ $D \ge \dfrac{f_1'}{8{,}0} = \dfrac{1{,}35.10^{3}}{8{,}0} = \underline{1{,}7.10^{2}\,\text{m}}$

**20.** Le projet de construction de lunette astronomique est irréaliste car elle conduirait à la construction d'une lunette astronomique de 1,35km de long avec un objectif de 170m de diamètre !

# EXERCICE C : L'ÉRYTHROSINE, UN COLORANT ALIMENTAIRE (5 POINTS)




**Partie A : Concentration en érythrosine dans la solution contenue dans la boîte de cerises**

**1.** Longueur d'onde $\lambda_m$ à laquelle régler le spectrophotomètre :
$\lambda_m$ = <u>527nm</u> (longueur d'onde du maximum d'absorption).

**2.** $A = \varepsilon.\ell.c$ donc : $c = \dfrac{A}{\varepsilon.\ell}$

**3.** $[E] = \dfrac{A}{\varepsilon.\ell} = \dfrac{0,44}{8,2.10^{4}} = \underline{5,4.10^{-6}\,mol.L^{-1}} = \underline{5,4\mu mol.L^{-1}}$

**4.** ① Masse m d'érythrosine dans la solution de la boîte de cerise :
$m = t.V = [E].M_E.V = 5,4.10^{-6}\times 879,86\times 0,500 = 2,4.10^{-3}g = \underline{2,3mg}$
② La DJA de l'érythrosine est de 0,1mg par kg de masse corporelle :
la personne de 50mg ne doit pas absorber davantage que de 50×0,1 = <u>5mg</u> d'érythrosine > <u>2,3mg</u>.
La consommation de la totalité de la solution contenue dans la boîte de conserve est donc <u>sans danger</u> pour la santé.

**Partie B : Cinétique de la décoloration de l'érythrosine par l'eau de Javel**

**5.** ① Calcul de la concentration $C_0$ en ions hypochlorite de la solution commerciale (solution mère) à partir du % massique $P_m$ :

$$P_m = \frac{m_{C\ell O^-}}{m_{solution}} = \frac{n.M}{\rho_J.V} = \frac{C_0.M}{\rho_J} \quad \text{donc :} \quad C_0 = \frac{\rho_J.P_m}{M} = \frac{1095\times 0,048}{35,5+16,0} = \underline{1,02mol.L^{-1}}$$

② Cette solution mère a été diluée pour obtenir la solution $S_1$ :

$$F = \frac{C_{mère}}{C_{fille}} = \frac{V_{fille}}{V_{mère}} \quad\Leftrightarrow\quad F = \frac{C_0}{C_1} = \frac{V_J}{V_0} \quad \text{donc :} \quad C_1 = \frac{V_0}{V_J}C_0 = \frac{30.10^{-3}}{100.10^{-3}}1,02 = \underline{3,1.10^{-1}mol.L^{-1}}$$

**6.** Calcul des quantités de matière initiales en érythrosine $n_{Ei}$ et en ion hypochlorite $n_{Hi}$ :
$n_{Ei} = [E].V_E = 5,4.10^{-6}\times 5,0.10^{-3} = \underline{2,7.10^{-8}mol}$
$n_{Hi} = C_1.V_1 = 3,1.10^{-1}\times 5,0.10^{-3} = \underline{1,6.10^{-3}mol}$

En prenant en compte la stœchiométrie : $\dfrac{n_{Ei}}{1} < \dfrac{n_{Hi}}{1}$ donc les <u>ions hypochlorite $C\ell O^-$ sont effectivement en excès</u>.

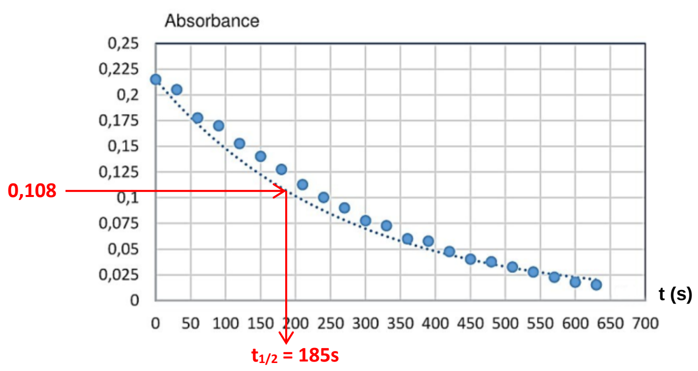
**7.** Vitesse volumique de disparition de l'érythrosine : $v = -\dfrac{d[E]}{dt}$

**8.** Expression de la vitesse volumique dans le cas où la loi de vitesse est d'ordre 1 : $v = k.[E]$

**9.** Le temps de demi-réaction est la durée pour laquelle la concentration initiale en érythrosine a été divisée par deux :

$$\frac{[E]_0}{2} = [E]_0.e^{-k.t_{1/2}} \quad \text{donc :} \quad \frac{1}{2} = e^{-k.t_{1/2}} \quad\Leftrightarrow\quad \ln(2) = k.t_{1/2} \quad\Leftrightarrow\quad t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k}$$

**10.** $A = \varepsilon.\ell.[E] = \varepsilon.\ell.[E]_0.e^{-k.t}$
L'absorbance suit une loi exponentielle.




**11.** <u>Méthode 1</u> :
En utilisant la modélisation : $A = 0,215.e^{-0,0036.t}$
donc : $k = 0,0036s^{-1}$

$$t_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k} = \frac{\ln(2)}{0,0036} = \underline{1,9.10^{2}s}$$

<u>Méthode 2</u> :
À $t_{1/2}$ l'absorbance initiale a été divisée par deux :
$A(t_{1/2}) = 0,215 / 2 = 0,108$
D'où graphiquement : $t_{1/2}$ = <u>185s</u>

Les deux méthodes conduisent à des résultats concordants.