

EXERCICE C : LE CAPODASTRE (5 POINTS)

Question préalable :

La relation du document 4 montre que la fréquence de vibration dépend :

- de la masse linéique μ ,
- de la tension T ,
- et de la longueur L de la corde.

Pour une corde donnée, le capodastre ne modifie que la longueur L de la corde à vide, tous les autres paramètres restent fixes :

Il s'agit toujours de la même corde : la masse linéique est inchangée.

Le réglage de la clef du manche n'est pas modifié : la tension de la corde est inchangée.

Problème :

Le document 2 nous apprend que la corde n°1 produit, sans capodastre, la note Mi3 dont le document 3 nous donne la fréquence $f(\text{Mi3}) = 329,63 \text{ Hz}$.

Le document 3 nous apprend que la fréquence augmente d'un demi-ton lorsqu'elle est multipliée par $1,059 = 2^{1/12}$.

Si la corde produit des sons augmentés de trois demi-tons alors la fréquence a été multipliée par $(2^{1/12})^3$.

On peut calculer la fréquence f_{capo} de la corde n°1 à vide avec le capodastre : $f_{\text{capo}} = (2^{1/12})^3 \times f(\text{Mi3}) = 2^{3/12} \times 329,63 = 391,48 \text{ Hz}$.
La note jouée est un Sol3.

À l'aide de la relation du document 4, déterminons la longueur de corde pour laquelle la corde n°1 produit la fréquence f_{capo} .

$$f_{\text{capo}} = \frac{1}{2L} \sqrt{\frac{T}{\mu}} \Leftrightarrow L = \frac{1}{2f_{\text{capo}}} \sqrt{\frac{T}{\mu}}$$

T et μ sont indiquées sur la pochette de cordes.

$$L = \frac{1}{2 \times 391,48} \sqrt{\frac{74,85}{\underbrace{0,419 \cdot 10^{-3}}_{\text{convertir } \mu \text{ en kg.m}^{-1}}}} = 0,540 \text{ m} = \underline{54,0 \text{ cm}}$$

Vérifions maintenant que cette longueur de corde est bien celle obtenue lorsque le capodastre est placé sur la 3ème case du manche. La longueur est mesurée, sur le document 1, entre le chevalet et la frette inférieure de la 3ème case.

On mesure 18,4 cm sur le schéma.

Utilisons l'échelle indiquée :

$$6,8 \text{ cm schéma} \leftrightarrow 20 \text{ cm en réalité}$$

$$18,4 \text{ cm schéma} \leftrightarrow L \text{ cm en réalité}$$

$$\text{Donc : } L = \frac{20 \times 18,4}{6,8} = \underline{54 \text{ cm}} \Rightarrow \text{On retrouve bien la valeur prévue.}$$

Nous avons bien montré que lorsqu'on place le capodastre à la troisième case, la corde n°1 joue à vide trois demi-tons au-dessus de celui joué sans capodastre.